Contrôle continu – Modélisation et spécification
Master Informatique

13 novembre 2017

Durée : 1h50.

Documents autorisés : Une feuille A4 manuscrite recto-verso.
Rendez deux copies. Une avec les exercices 1 et 2 et l'autre avec les exercices 3,4, et 5.

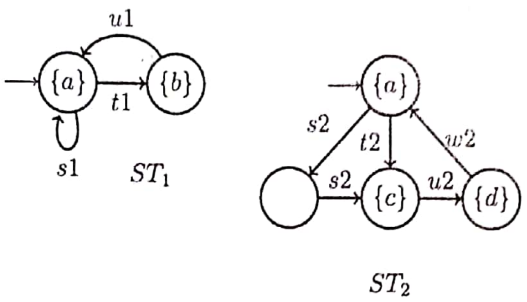


FIGURE 1 – Systèmes de transitions étiquetés ST_1 et ST_2

Exercice 1 : (4 points) *Analyse de systèmes de transitions*

1. On considère les systèmes de transitions ST_1 et ST_2 donnés à la Figure 1. Dessinez le système de transitions $(ST_1||ST_2)_T$ où T est la table de synchronisation suivante (Act_1 sont les actions de ST_1 et Act_2 les actions de ST_2) :

Act_1	Act_2	
$s1$	$s2$	s
$s1$	$t2$	t
$t1$	-	u
-	$u2$	w
$u1$	$w2$	x

2. On considère les systèmes de transitions ST_3, ST_4 et ST_5 de la Figure 2. Donnez la table de synchronisation T' telle que $(ST_3||ST_4)_{T'}$ est égal à ST_5.

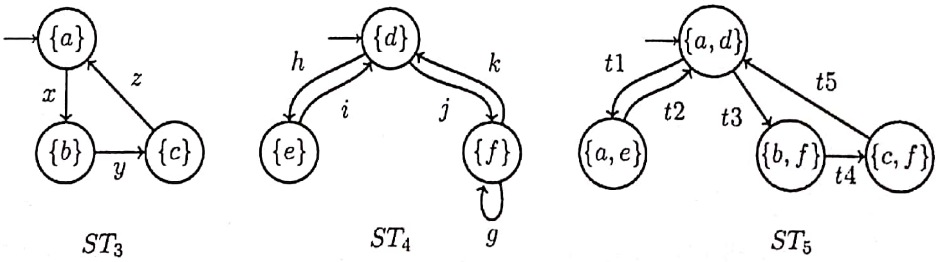


FIGURE 2 – Systèmes de transitions étiquetés ST_3, ST_4 et ST_5

Exercice 2 : (6 points) *Modélisation d'un passage piéton*

On considère un passage piéton fait des éléments suivants :
— Un bouton sur lequel les piétons peuvent appuyer pour dire qu'ils souhaitent traverser.
— Un feu pour les piétons ayant deux couleurs : vert et rouge. Au début, le feu pour les piétons est rouge.
— Un feu pour les voitures ayant trois couleurs : vert, orange et rouge. Au début le feu pour les voitures est vert.
— Un contrôleur qui contrôle le système général du passage piéton.

Le contrôleur peut dire au feu pour les piétons de passer du rouge au vert et de passer du vert au rouge, chacune de ces actions se fait de façon instantanée. Le contrôleur peut dire au feu pour les voitures de passer du rouge au vert, ce qui se fait de façon instantanée et de passer du vert au rouge, ce qui se fait en deux étapes, lorsque le feu pour les voitures reçoit cette action, il passe d'abord à l'orange et ensuite par le biais d'une action interne il passe de l'orange au rouge. Les piétons communiquent avec le contrôleur en poussant le bouton. Le contrôleur fait alors les actions suivantes en boucle : il attent que le bouton ait été poussé (il reçoit alors un message push du bouton qui ne sera pas modélisé ici), il demande au feu pour les voitures de passer au rouge, il demande au feu pour les piétons de passer au vert, il demande au feu pour les piétons de passer au rouge, il demande au feu pour les voitures de passer au vert. De plus, si le contrôleur demande au feu pour les voitures de passer au vert lorsque celui-ci est orange, il sera bloqué jusqu'à ce que le feu pour les voitures soit rouge.

Ce que nous voulons observer ici, ce sont les couleurs des feux, nous utiliserons donc les propositions atomiques suivantes :

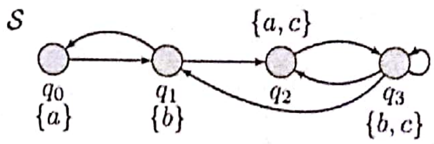
— **PR** : le feu pour les piétons est rouge
— **PV** : le feu pour les piétons est vert
— **VR** : le feu pour les voitures est rouge
— **VO** : le feu pour les voitures est orange
— **VV** : le feu pour les voitures est vert

1. Donnez une modélisation sous forme de systèmes de transitions du feu pour les piétons.
2. Donnez une modélisation sous forme de systèmes de transitions du feu pour les voitures.
3. Donnez une modélisation sous forme de systèmes de transitions du contrôleur.
4. Donnez la table de synchronisation du système global comprenant le contrôleur et les deux feux.
5. Exprimez en LTL la propriété qui dit qu'à tout moment si le feu pour les piétons est vert alors le feu pour les voitures est rouge.
6. Votre système vérifie-t-il cette propriété ? Justifiez votre réponse.

Rappel : Syntaxe et sémantique de LTL. On considère des formules de LTL (sans passé) dont la syntaxe est donnée par la grammaire : $\phi ::= P \mid \phi \vee \psi \mid \phi \wedge \psi \mid \neg\phi \mid \mathbf{X}\phi \mid \phi\,\mathbf{U}\,\psi$ où P appartient à un ensemble de propositions atomiques AP. On utilise aussi les abréviations $\mathbf{F}$ et $\mathbf{G}$. Ces formules s'interprètent sur une exécution ρ d'un STE : $\rho(i)$ est le i-ème état, ρ^i est le i-ème suffixe (commençant en $\rho(i)$) et $\ell(\rho(i))$ est l'ensemble des propositions vraies en $\rho(i)$. La sémantique est notamment définie par : (1) $\rho \models P$ ssi $P \in \ell(\rho(0))$, (2) $\rho \models \mathbf{X}\phi$ ssi $\rho^{i+1} \models \phi$ et (3) $\rho \models \phi\,\mathbf{U}\,\psi$ ssi $\exists j \geq 0$ t.q. $(\rho^j \models \psi) \wedge (\forall k \in [0, j[$, on a : $\rho^k \models \phi$)

Exercice 3 : (3 points) *Interpréter des formules LTL*

On considère le STE $\mathcal{S}$ de la figure ci-contre (q_0 est l'état initial). Pour chacune des formules suivantes, dire si la formule est vraie pour $\mathcal{S}$ (*ie* pour toutes ses exécutions). Justifier les réponses.



$a\,\mathbf{U}\,b \qquad \mathbf{X}(a\,\mathbf{U}\,b) \qquad \mathbf{G}(c \Rightarrow (a\,\mathbf{U}\,b)) \qquad \mathbf{GF}a$

$\mathbf{FG}c \Rightarrow \mathbf{G}(a \Rightarrow \mathbf{X}b) \qquad \mathbf{FG}c \Rightarrow \mathbf{G}(b \Rightarrow \mathbf{X}a) \qquad \mathbf{GF}b$

Exercice 4 : (4 points) *Ecrire des formules LTL*

Ecrire en logique temporelle, les propriétés suivantes ~~qui concernent un protocole de communication où des messages sont émis~~ (on utilisera des propositions a et b) :

1. La proposition a n'est jamais vraie.
2. La proposition a est vraie au moins une fois.
3. La proposition a est vraie infiniment souvent.
4. La proposition a est vraie exactement une fois.
5. La proposition a est vraie exactement deux fois.
6. Les propositions a et b sont vraies en alternance : a est vraie, puis b, puis a,...
7. Si la proposition a est vraie infiniment souvent, alors la proposition b est toujours vraie.

Exercice 5 : (3 points) *Equivalence de formules LTL*

Comparer les paires de formules ci-dessous : dites si elles sont équivalentes ou différentes (justifiez vos réponses) :

- $\mathbf{F}(a \wedge b)$ et $(\mathbf{F}a) \wedge (\mathbf{F}b)$
- $a\,\mathbf{U}\,b$ et $\mathbf{G}a \wedge \mathbf{F}b$
- $\mathbf{G}(a \wedge b)$ et $(\mathbf{G}a) \wedge (\mathbf{G}b)$
- $\mathbf{F}a \wedge \mathbf{F}b$ et $\mathbf{F}(a \wedge \mathbf{F}b) \vee \mathbf{F}(b \wedge \mathbf{F}a)$