Master Ingénierie Informatique

Université Paris 7 - UFR Informatique

Modélisation et Spécification : Examen

15 Décembre 2010

Durée : 2h15mn
NB : Seuls les documents manuscrits sont autorisés. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1

Question 1 : Exprimer en LTL les propriétés suivantes :

1. A chaque fois que P est vraie, il est inévitable que Q soit vraie dans le futur.
2. Si P est vraie infiniment souvent, alors Q est aussi vraie infiniment souvent.
3. Il est inévitable que Q devienne vraie, et que à partir de ce moment là P ne puisse être vraie qu'un nombre fini de fois.
4. A chaque fois que P est vraie, il est impossible que Q devienne vraie sans que R ne le soit au moins une fois (entre P et Q).

Question 2 Les équivalences ci-dessous (entre formules LTL) sont-elles vraies : Justifiez

1. $\bigcirc\Box\Diamond Q \equiv \Box\Diamond Q$
2. $\bigcirc\Diamond P \equiv \Diamond P$
3. $P\,\mathcal{U}\,(\Box\Diamond Q) \equiv \Box\Diamond Q$
4. $\Box P \wedge \Diamond P \equiv \Box P$
5. $\bigcirc P \wedge \Diamond P \equiv \Diamond P$
6. $\Box P \vee \Box Q \equiv \Box(P \vee Q)$

Question 3 : Exprimer en CTL les propriétés suivantes :

1. A chaque fois que P est vraie, il est possible que Q devienne vraie dans le futur.
2. Il est inévitable d'atteindre une configuration où P est vraie, et à partir de laquelle il est possible de voir Q devenir vraie dans le futur.
3. Il est possible que P devienne vraie dans le futur, et qu'à partir de ce moment là, (1) il soit possible de voir Q devenir vraie, et (2) il soit inévitable de voir R infiniment souvent.

Exercice 2

Soit le système à un compteur (variable entière) ayant les transitions suivantes :

$$t1 \;:\; 1 \leq x \;:\; x := x - 1$$

$$t_1 : 1 \leq X : X := X - 1$$

$$t2 \ : \ 11 \leq x \ : \ x := x+1$$

$$t3 \ : \ x \leq 9 \ : \ x := x+1$$

$$t4 \ : \ x \leq -1 \ : \ x := x-1$$

On veut montrer que, partant de la valeur initiale $x = 0$, la valeur de la variable x reste toujours dans l'intervalle $[-1, 12]$, c'est-à-dire, que le système satisfait la propriété :

$$x = 0 \Rightarrow \Box(-1 \leq x \leq 12) \tag{1}$$

Il est bien connu que cela est équivalent à trouver une propriété ϕ' telle que :

1. $x = 0 \Rightarrow \phi'$, (ϕ' contient la configuration initiale)
2. $\phi' \Rightarrow -1 \leq x \leq 12$, ($\phi'$ est plus forte que la condition à montrer)
3. $post(\phi') \Rightarrow \phi'$. ($\phi'$ est stable par application des transitions du système)

Rappel : Soit T l'ensemble des transitions d'un système. On a $post = \bigvee_{t \in T} post_t$.

Question 1 : Calculer $post(-1 \leq x \leq 12)$. A-t-on $post(-1 \leq x \leq 12) \Rightarrow -1 \leq x \leq 12$?

Question 2 : Appliquer l'approche décrite ci-dessus pour prouver la propriété d'invariance (1). (Il faut proposer un ϕ' et montrer qu'il convient en prouvant les 3 points ci-dessus).

Exercice 3

On s'intéresse dans cet exercice à la modélisation du service des clients d'une piscine. On dispose d'un certain nombre N_c de cabines et d'un certain nombre N_p de paniers. Un client qui se présente à l'entrée de la piscine effectue les étapes suivantes : (1) il doit demander et obtenir la clé d'une cabine libre ainsi qu'un panier vide, (2) il occupe la cabine pour se changer, (3) il rend la clé de la cabine (et dépose son panier plein au vestiaire), (4) il va nager, (5) il demande de nouveau la clé d'une cabine libre (et cherche son panier plein au vestiaire), (6) il occupe la cabine pour se changer, et (7) rend la clé ainsi que le panier vide (et quitte la piscine). On suppose que les cabines et les paniers sont gérés séparément (et indépendamment) par deux guichets différents. Un client qui arrive doit se présenter à chacun de ces guichets dans un ordre quelconque. Lorsque le client se présente à l'un de ces guichets, il présente sa demande et attend d'être servi avant de passer à l'autre guichet.

Question 1 : Modéliser un client par un réseau de Petri, pour N_c et N_p quelconques.

Question 2 : Calculer le graphe de marquage pour 2 clients, $N_c = 1$ et $N_p = 1$.

Question 3 : Montrer qu'il est possible d'avoir une situation d'inter-blocage entre les clients.

Question 4 : Proposer une solution au problème de l'inter-blocage (en modifiant ou en contraignant les hypothèses sur le comportement du client) et donner une modélisation par réseaux de Petri (ou, si nécessaire, par réseaux de Petri avec arcs inhibiteurs) du nouveau comportement d'un client, pour N_c et N_p quelconques. (NB : L'emploi des arcs inhibiteurs doit être justifié.)

on sais pas quel ordre le client
choisira (2 possibilité)