

# Modélisation et spécification – Master 2 II

Contrôle continu

12 novembre 2009

Durée : 1h30. Tout document sauf livre est autorisé.

## Exercice 1 :

*Les philosophes*

Cinq philosophes sont assis autour d'une table ronde. Chaque philosophe passe sa vie entre penser et manger. Au centre de la table est mis un plat toujours rempli de spaghetti. Pour manger des spaghetti, chaque philosophe doit utiliser deux fourchettes. Malheureusement, il n'y a que cinq fourchettes, chaque fourchette étant placée entre deux philosophes. Un philosophe ne peut utiliser que les fourchettes qui sont à sa gauche et à sa droite immédiate.

On souhaite donner un modèle pour ce système en utilisant les STE (et leurs opérateurs de composition).

1. Modéliser le comportement d'un philosophe, puis celui d'une fourchette. Préciser l'alphabet des actions utilisé.
2. Montrer comment on peut obtenir les 5 philosophes et les 5 fourchettes en partant des STE de l'exercice précédent.
3. Montrer comment les 5 philosophes et les 5 fourchettes obtenus précédemment peuvent être composés en parallèle afin d'obtenir un modèle de notre problème.
4. Comment peut-on obtenir, en partant du modèle du point précédent, le modèle  $D_1$  du dîner dans lequel que les actions des philosophes "penser" et "manger" sont observables.
5. En partant des modèles d'un philosophe et d'une fourchette écrits au premier point, modéliser le dîner  $D_2$  dans lequel chaque philosophe a ses propres fourchettes. Donner le STE résultat de la composition d'un philosophe avec ses deux fourchettes. Puis, écrire l'expression permettant d'obtenir le modèle du dîner  $D_2$  dans lequel uniquement les actions des philosophes "penser" et "manger" sont observables.
6. Préciser la relation (inclusion ou équivalence de traces, simulation, bisimulation) entre les modèles des deux dîners ( $D_1$  et  $D_2$ ) considérés. Justifier votre réponse informellement.

## Exercice 2 :

*Equivalences entre STE*

Pour les STE de la figure ??, indiquer si  $s \sim t$  et  $s \sim v$ . Justifier vos réponses en donnant

une stratégie universelle soit pour l'attaquant (pour une réponse négative) soit pour le défenseur (pour une réponse positive). Dans le cas positif, donner en plus la relation de bisimulation forte qui relie les états des deux STE.

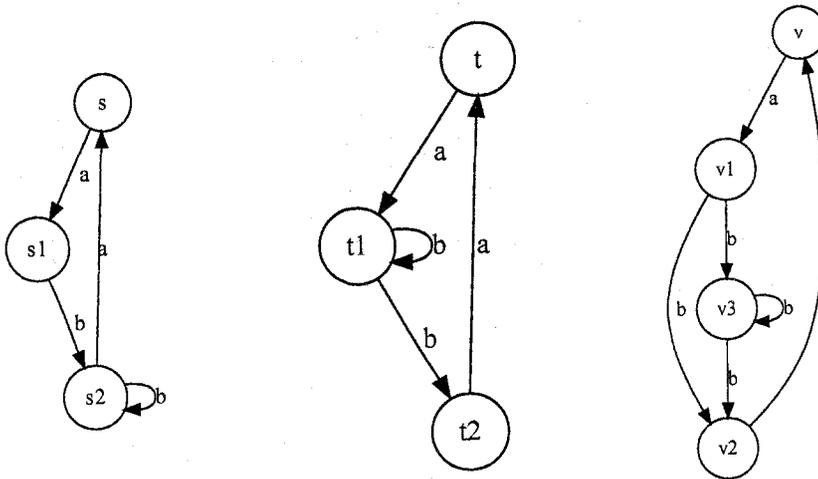


FIG. 1 – Trois STE.

**Exercice 3 :**

*Bisimulation de mots entre STE*

Une relation binaire  $\mathcal{R}$  entre les états d'un STE est une *bisimulation de mots* si et seulement si  $s_1 \mathcal{R} s_2$  et  $\sigma$  est un mot sur l'alphabet des actions  $\mathcal{A}$  alors :

1. si  $s_1 \xrightarrow{\sigma} s'_1$ , il y a une exécution  $s_2 \xrightarrow{\sigma} s'_2$  et  $s'_1 \mathcal{R} s'_2$ ,
2. si  $s_2 \xrightarrow{\sigma} s'_2$ , il y a une exécution  $s_1 \xrightarrow{\sigma} s'_1$  et  $s'_1 \mathcal{R} s'_2$ ,

Deux états  $s$  et  $s'$  sont mot-bisimilaires si et seulement si il existe une bisimulation de mots qui les relie.

1. Montrez que la mot-bisimulation et la bisimulation forte coïncident, c'est-à-dire que deux états  $s$  et  $s'$  sont mots-bisimilaires ssi ils sont bisimilaires fortement.
2. En utilisant le résultat précédent, montrez que deux STE bisimilaires  $S \sim T$  ont les mêmes traces  $Traces(S) = Traces(T)$ .