

Devoir 2:
à rendre pour le 8 janvier

Il s'agit d'étudier l'algorithme de phases qui permet de faire du routage

Hypothèses Le réseau est représenté par un graphe non orienté $G = \langle \Pi, V \rangle$ connexe. On notera $d(p, q)$ la longueur du plus court chemin de p à q . D le diamètre est défini par $D = \max\{d(p, q) | p, q \in \Pi\}$. Pour cet algorithme on suppose que D est connu des processus. Pour chaque processus p , $In_p = \{q \in \Pi | (q, p) \in V\}$ est l'ensemble des processus qui peuvent envoyer (et recevoir) directement à p un message. \preceq est la relation de causalité¹ Pour simplifier on supposera que la communication est FIFO.

Initialisations:

1 $\forall q \in In_p : Rec_p[q] := 0$

2 $Phase_p := 0$

CODE POUR LE PROCESSUS p :

3 répéter

4 {sur réception d'un message m de q } \longrightarrow recevoir m ;

5 $Rec_p[q] := Rec_p[q] + 1$

6 $\{\forall q \in In_p : Rec_p[q] \geq Phase_p \wedge Phase_p < D\} \longrightarrow$ envoyer \emptyset à tous les $q \in In_p$

7 $Phase_p := Phase_p + 1$

8 jusqu'à $\{Phase_p \geq D \wedge \forall q \in In_p : Rec_p[q] \geq Phase_p\}$

Figure 1: Algorithme de phases

Questions

1. On considère le graphe $\Pi = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $V = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$. Ici le diamètre du graphe est 4.

Donner un exemple d'exécution de l'algorithme de phases (Figure 1).

¹ \preceq est la fermeture transitive de la relation \rightarrow avec $a \rightarrow b$, si a et b sont deux événements sur le même processus et a a été exécuté avant b ou si a est une émission et b la reception correspondante.

Sur cet exemple indiquer les évènements suivants: l'émission du premier message envoyé par le processus 1 au processus 2, l'émission du 2ème message envoyé par le processus 2 au processus 3, l'émission du 3ème message envoyé par le processus 3 au processus 4, l'émission du 4ème message envoyé par le processus 4 au processus 5.

Dans votre exemple d'exécution quel est l'ordre de ces événements?

Pouvez vous trouver un exemple d'exécution où ces événements apparaîtraient dans un ordre différent?

2. On considère le graphe $\Pi = \{1, 2, 3, 4\}, V = \{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 4)\}$. Ici le diamètre du graphe est 2. Donner un exemple d'exécution de l'algorithme. Sur cet exemple indiquer les évènements suivants: l'émission du premier message envoyé par le processus 1 au processus 2, l'émission du 2ème message envoyé par le processus 2 au processus 4.

Dans votre exemple d'exécution quel est l'ordre de ces événements?

Pouvez vous trouver un exemple d'exécution où ces événements apparaîtraient dans un ordre différent?

3. On veut maintenant montrer que l'algorithme de phases termine. Pour cela, on considère une exécution γ de cet algorithme.

(a) Montrer qu'il existe un instant à partir duquel dans γ tous les messages ont été reçus et plus aucun message ne sera envoyé.

(b) Soit l'instant t_0 à partir duquel dans γ tous les messages ont été reçus et plus aucun message ne sera envoyé. Montrer que dans γ à partir de l'instant t_0 , on a:

- $Phase_p > 0$ pour tout processus p ,
- $Rec_p[q] = Phase_q$ pour tous les processus p et q tels que $q \in In_p$,

(c) En déduire que dans γ à partir de l'instant t_0 , on a:

- $Phase_p = D$
- $Rec_p[q] = Phase_p$ pour tous les processus p et q tels que $q \in In_p$.
- L'algorithme termine pour tous les processus p .

4. E_p est l'ensemble des événements du processus p . On note e_p l'événement correspondant au démarrage de l'algorithme en p . f_p l'événement correspondant à la terminaison de l'algorithme en p . Montrer que pour tous les processus p et q . $e_p \preceq f_q$

5. Que se passe-t-il si on ne suppose plus que la communication est FIFO?

6. Quel est le nombre de messages échangés avant la terminaison de tous les processus?

7. L'algorithme a une propriété intéressante supplémentaire: p n'entendra parler d'un q tel que $d(q,p) = i$ qu'au cours de la phase i . Si a est un événement sur p , $ph_p(a)$ est la valeur de la variable $Phase_p$ au moment de cet événement, on a:

$$\text{si } d(q,p) = i \text{ alors } \forall a \in E_p : ph_p(a) < i \Rightarrow \neg(e_q \preceq a) \quad (1)$$

$$\text{si } d(q,p) = i \text{ alors } \forall a \in E_p : ph_p(a) \geq i + 1 \Rightarrow e_q \preceq a \quad (2)$$

(a) Montrer (1) et (2)

(b) On va utiliser cette propriété pour construire une table de routage minimal. Une table de routage, R_p , indique pour chaque processus vers qui transmettre les messages: $R_p[q]$ est l'identité du voisin de p vers qui p doit transmettre les messages destinés à q . Pour une table de routage minimal cela signifie que $R_p[q]$ est la première étape d'un plus court chemin de p vers q .

Pour construire R_p pour chaque p , on va d'abord construire T_p . $T_p[q]$ est l'identité d'un processus qui est le prédécesseur de q dans un plus court chemin de p vers q .

- i. Modifier l'algorithme de phases de façon à ce que chaque p calcule T_p .
 - ii. Comment peut-on procéder pour qu'à partir des T_p , les processus p obtiennent leur table de routage R_p ?
 - iii. Évaluer le nombre de messages échangés pour construire R_p .
8. Essayer de modifier l'algorithme de phases de façon à obtenir un algorithme permettant de calculer une table de routage même si le diamètre et le nombre de processus sont inconnus.