

Devoir 1:
à rendre pour le 4 décembre

On considère que l'alphabet des mots et des mots codés est $\{0, 1\}$.

On rappelle qu'un (n, k) code linéaire est un code qui permet de coder des mots de longueur k par des mots de longueur n . Un $(2^m - 1, 2^m - 1 - m)$ code linéaire tel que les colonnes de la matrice de contrôle sont tous les $2^m - 1$ m -uplets non nuls possibles est un code de Hamming.

Soit $\mathcal{C}$ le code de Hamming pour $m = 4$.

1. Donner une matrice de contrôle de $\mathcal{C}$?
2. Quelle est la matrice génératrice correspondante de $\mathcal{C}$?
3. Quel est le code de 01010101010?
4. 010101010101100 est-il un mot de $\mathcal{C}$?
5. Quel est le poids de $\mathcal{C}$?
6. Combien de mots différents contient $\mathcal{C}$?
7. Soit m un mot binaire de longueur 15 quelle est la probabilité que m soit dans $\mathcal{C}$?
8. Soit m un mot binaire de longueur 15, on note (m) l'ensemble des mots obtenus en inversant une lettre de m et m .
 - (a) Combien (m) contient-il d'éléments ?
 - (b) Si m est un mot de $\mathcal{C}$, y a-t-il un autre mot de $\mathcal{C}$ dans m ?
 - (c) Si m et m' sont deux mots de $\mathcal{C}$, y a-t-il un mot commun à (m) et (m') ?
 - (d) Montrer que l'union des (m) pour tous les mots m de $\mathcal{C}$ est égale à l'ensemble des mots binaire de longueur 15. (On dit que le code est parfait)
9. Soit m un mot binaire de longueur 15, on note (m, i, j, k, l) l'ensemble des mots obtenus à partir de m en inversant ou non les i, j, k et l ème lettre de m .
 - (a) Quelle est la taille de (m, i, j, k, l) ?

- (b) donner (s'il existe) un exemple de 4 valeurs de i, j, k, l pour lesquels exactement un mot de (m, i, j, k, l) est dans $\mathcal{C}$
- (c) donner (s'il existe) un exemple de mot m et de 4 valeurs de i, j, k, l pour lesquels aucun mot de (m, i, j, k, l) n'est dans $\mathcal{C}$