

# Infographie - M1

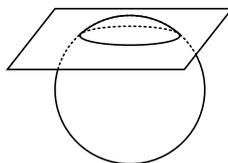
Examen du 22/06/2012

2h30 - Notes de cours et TD autorisées.

Les algorithmes demandés doivent être rédigés avec le même niveau de détail que ceux vus en cours. La correction tiendra compte de la clarté et de la précision de vos solutions.

## Exercice 1

Soit  $\Pi$  un plan de l'espace quelconque, contenant un point  $A$  et de normale  $\vec{N}$ . Soit  $\mathcal{S}$  une sphère, centrée en un point  $C$  et de rayon  $R$ . Il est clair que l'intersection de  $\mathcal{S}$  et de  $\Pi$ , si elle est non vide, forme un cercle contenu dans  $\Pi$ .



En fonction de  $A$ ,  $\vec{N}$ ,  $C$ ,  $R$ , donner un test permettant de déterminer si l'intersection de  $\mathcal{S}$  et de  $\Pi$  est non vide. En supposant ce test vérifié, exprimer, en fonction des mêmes données, les coordonnées du centre  $C'$  et le rayon  $R'$  du cercle formé par cette intersection.

## Exercice 2

On considère dans l'espace un observateur placé en un point  $A$ , une source lumineuse placée en un point  $L$ , et une surface opaque rectangulaire, de bord  $R = (R_0, R_1, R_2, R_3)$ . Donner un algorithme détaillé permettant de déterminer si l'observateur peut voir la source lumineuse depuis  $A$ . Votre algorithme devra être le plus spécialisé possible, c'est-à-dire tenir compte du fait que le bord de la surface est un rectangle (et non, *e.g.*, un polygone arbitraire).

## Exercice 3

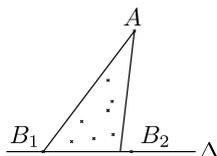
On considère l'algorithme de la ligne de balayage, tel qu'il a été vu en cours. On suppose que l'on dispose d'un nombre illimité de niveaux de gris, numérotés  $0, 1, 2, \dots, i, \dots$ . Trouver et décrire en détail une variante de l'algorithme de la ligne de balayage respectant les contraintes suivantes :

- cette variante reçoit en entrée plusieurs polygones (chacun donné par la suite de ses sommets),
- elle doit afficher ces polygones remplis à l'écran, en effectuant un seul balayage de l'écran, et en associant à chaque pixel correspondant à un point intérieur à exactement  $k$  polygones le niveau de gris  $k$ .

Vous pouvez supposer que vous disposez de piles, listes, tableaux, et pouvez modifier le type des données de l'algorithme initial. Votre algorithme doit être le plus efficace possible – en particulier, il ne doit pas se servir d'un test d'intériorité, qui serait beaucoup trop coûteux.

#### Exercice 4

On se place dans le plan usuel. Etant donné un point  $A$ , une droite  $\Delta$  et un ensemble fini et non vide de points  $\mathcal{P}$ , on dit que  $\mathcal{P}$  est *cernable par  $A$  et  $\Delta$*  s'il existe deux points  $B_1, B_2 \in \Delta$  tels que tous les points de  $\mathcal{P}$  soient intérieurs au triangle  $(A, B_1, B_2)$ . Si de plus le segment  $[B_1 B_2]$  est longueur minimale, ce triangle sera appelé *enveloppe triangulaire de  $\mathcal{P}$ , de sommet  $A$  et de base  $\Delta$* .



**Question 4.1** Trouver, expliquer et représenter les situations typiques dans lesquelles  $\mathcal{P}$  n'est pas cernable par  $A, \Delta$ . Donner, en la justifiant, une condition nécessaire et suffisante pour que  $\mathcal{P}$  soit cernable par  $A, \Delta$ .

**Question 4.2** Démontrer que si  $\mathcal{P}$  est cernable par  $A, \Delta$ , alors l'enveloppe triangulaire de  $\mathcal{P}$  de sommet  $A$  et de base  $\Delta$  est unique (raisonner par l'absurde).

**Question 4.3** Donner un algorithme détaillé permettant, à partir de  $A, \Delta, \mathcal{P}$ , de déterminer si  $\mathcal{P}$  est cernable par  $A, \Delta$  et, le cas échéant, de calculer l'enveloppe triangulaire de  $\mathcal{P}$  de sommet  $A$  et de base  $\Delta$ .