

# Infographie - M1

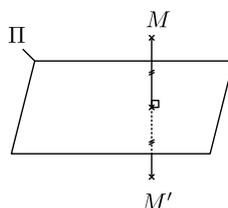
Examen du 25/05/2012

2h30 - Notes de cours et TD autorisées.

Les algorithmes demandés doivent être rédigés avec le même niveau de détail que ceux vus en cours. La correction tiendra compte de la clarté et de la précision de vos solutions.

## Exercice 1

Soit  $\Pi$  un plan quelconque. Pour tout point  $M$  de l'espace, le symétrique de  $M$  par rapport à  $\Pi$  est défini comme le point  $M'$  tel que  $[MM']$  soit orthogonal à  $\Pi$ , et tel que le milieu de  $[MM']$  appartienne à  $\Pi$ .



En supposant que le plan  $\Pi$  contient  $O$  et que ce plan est de normale  $\vec{N}$ , où  $\vec{N}$  est de norme 1 :

1. Exprimer les coordonnées de  $M'$  en fonction de celles de  $M$  (et de  $\vec{N}$ ).
2. Ecrire la matrice de transformation ( $4 \times 4$ ) transformant  $M$  en  $M'$ .

## Exercice 2

On suppose placés dans l'espace une surface (infinie, plane) d'équation  $z = 0$ , une source lumineuse en  $L$  avec  $z_L > 0$ , ainsi qu'un disque de rayon  $R$ , de centre  $C$  avec  $0 \leq z_C < z_L$ , et parallèle au plan  $z = 0$ . Noter que le bord du disque est donné par l'équation paramétrique

$$\mathcal{C}(t) = \begin{pmatrix} x_C + R \times \cos(t) \\ y_C + R \times \sin(t) \\ z_C \end{pmatrix} \quad (t \in ]-\pi, \pi[$$

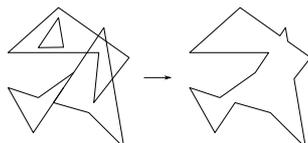
Trouver l'équation paramétrique du bord de l'ombre du disque sur la surface.

## Exercice 3

Soit  $\mathcal{P}$  un ensemble fini et non vide de points du plan. Appelons *enveloppe circulaire* de  $\mathcal{P}$  le plus petit cercle  $\mathcal{C}$  tel que chaque point de  $\mathcal{P}$  soit intérieur à  $\mathcal{C}$  – on admettra l'unicité de  $\mathcal{C}$ . Trouver un algorithme permettant de calculer le centre et le rayon de  $\mathcal{C}$  à partir de  $\mathcal{P}$ . Question subsidiaire : sauriez-vous démontrer l'unicité de  $\mathcal{C}$  ?

#### Exercice 4

Etant donné un ensemble fini de polygones du plan, on dit que cet ensemble est *joignable* si l'union des surfaces de ces polygones forme la surface d'un polygone bien formé (sans sommets confondus, et sans intersections des arêtes ailleurs qu'aux sommets) - ce polygone sera appelé *jonction* des polygones de départ. Par exemple, les polygones ci-dessous sont joignables :



Trouver un algorithme permettant de déterminer si deux polygones sont joignables, et renvoyant dans ce cas la suite de sommets de leur jonction. En déduire un algorithme permettant de déterminer si un ensemble de polygones est joignable, et renvoyant dans ce cas la suite de sommets de leur jonction.

*Remarque.* Les algorithmes du cours sont librement utilisables - leurs variantes éventuelles devront être clairement décrites.