Université Paris Diderot - Paris 7

Master 1 Informatique, Introduction à l'intelligence artificielle.

10 janvier 2017

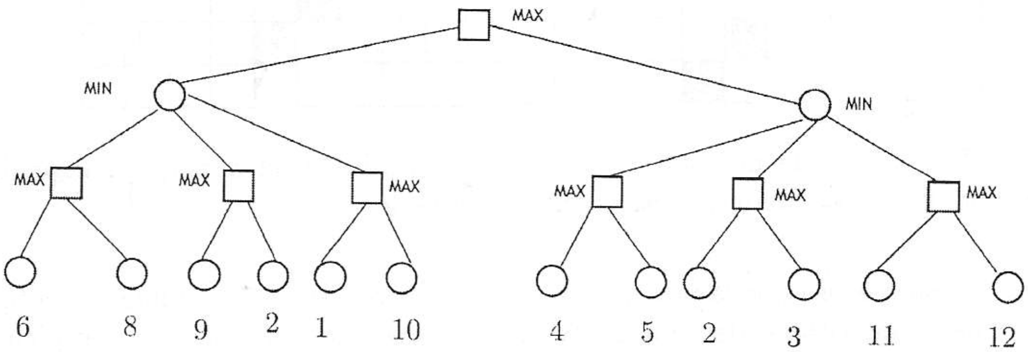
Durée : 3h Tous les documents autorisés. Ordinateurs, tablettes et téléphones portables interdits.

Le sujet comporte 4 pages.

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 [2 points]

Appliquer l'algorithme d'élagage $\alpha - \beta$ sur l'arbre



Indiquer clairement le déroulement de l'algorithme étape par étape en montrant : les valeurs retournées par les appels récursif, les sous-arbres élagués, les intervalles alpha-beta de chaque sommets pendant l'exécution de l'algorithme.

Exercice 2 [6 points] Un pion se trouve sur une grille finie, voir la figure 1. Certains cases contiennent des obstacles et les cases but sont marquées T.

Chaque case possède les coordonnées entières (x, y).

Un saut, noté $(x_1, y_1) \rightarrow (x_2, y_2)$, consiste à faire un de trois mouvement autorisés (pour chaque saut on indique le temps du saut) :

(i) sur la ligne horizontale, $x_1 = x_2$, $y_1 \neq y_2$, le temps est $|y_1 - y_2|$,

(ii) sur la ligne verticale, $y_1 = y_2$, $x_1 \neq x_2$, le temps est $|x_1 - x_2|$,

(iii) sur une de deux diagonales qui passent par (x_1, y_1), c'est-à-dire on peut sauter de (x_1, y_1) sur (x_2, y_2) si $|x_1 - x_2| = |y_1 - y_2|$. Cela prend le temps $|x_1 - x_2| = |y_1 - y_2|$.

Il est interdit d'effectuer un saut au-dessus d'un obstacle (ou sauter sur un obstacle) et on suppose que le fait qu'il y a ou non un obstacle est visible seulement quand on se prépare à un faire saut, c'est-à-dire quand on est sur une position (x, y) alors on voit les obstacles les plus proches sur les lignes horizontales, verticales et diagonales.

C'est un problème de recherche, il faut trouver le plus court chemin (c'est-à-dire le temps le plus court) qui permet d'aller de la position initiale vers une position terminale T.

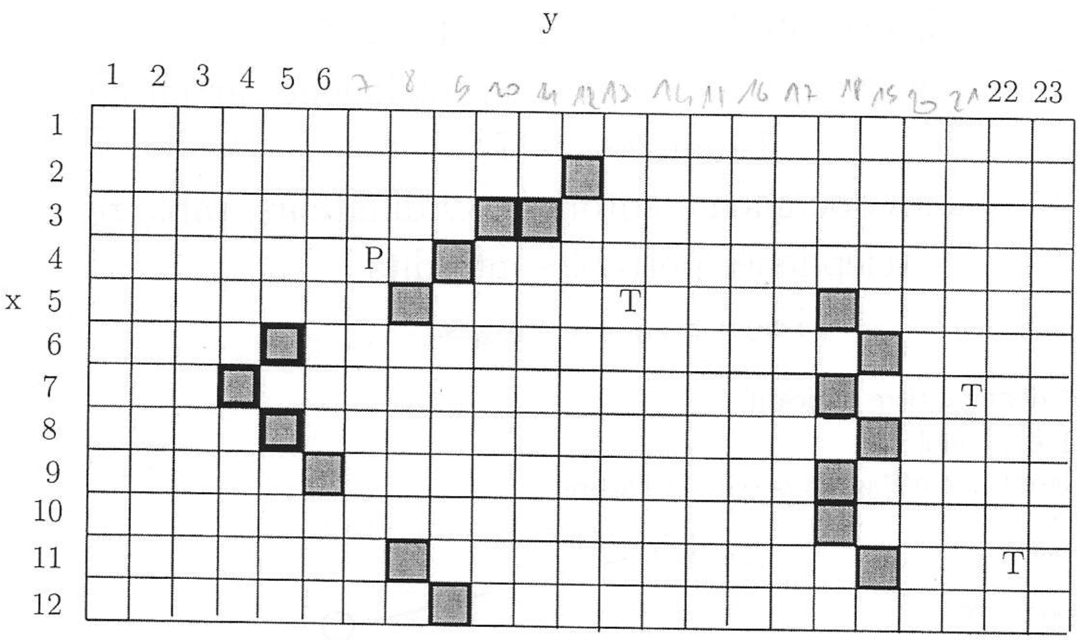


FIGURE 1 – Le pion sur la position $(4,7)$. Où peut-il aller si on applique l'algorithme à coup uniforme. Les cases pleines contiennent les obstacles.

Question 1: Supposons que la position courante du pion est $(4,7)$ comme sur la figure 1 et qu'on utilise l'algorithme de coût uniforme. Le obstacles sont les carrées pleins, les positions terminales sont marquées par T.
Donner les positions possibles du pion à l'étape suivant si on suppose que le déplacement est choisi par l'algorithme de coût uniforme. (Si la liste de positions possibles est trop longue alors donner juste quelques exemples).

Question 2: Dans cette question il faut justifier les réponses. Parmi les fonctions suivantes lesquelles sont de heuristiques admissibles pour ce problème :

(1) la fonction constante 0,

$$h_1([(x_A, y_A), (x_B, y_B)]) = 0$$

(2) la distance de Manhattan

$$h_2([(x_A, y_A), (x_B, y_B)]) = |x_A - x_B| + |y_A - y_b|$$

(3)

$$h_3([(x_A, y_A), (x_B, y_B)]) = \min\{|x_A - x_B|, |y_A - y_b|\}$$

(4)

$$h_4([(x_A, y_A), (x_B, y_B)]) = \max\{|x_A - x_B|, |y_A - y_b|\}$$

Exercice 3 [2 points] Trois députés votent l'augmentation de leur salaire. L'augmentation est accordé si la majorité vote « pour ». Dans ce cas le salaire de chacun augmente de $d > 0$ euros.

Mais un député qui vote « pour » subit aussi un préjudice de c euros ($0 < c < d$). Le préjudice est lié à la mauvaise réputation qu'il aura auprès des électeurs.
Donner tous les équilibres de Nash en stratégies pures dans ce jeu.

Exercice 4 [2 points] Dans le jeu suivant le joueur I joue soit T soit B (il choisit un ligne) et le joueur II joue soit L soit R (il choisit une colonne).

	L	R
T	1,2	0,0
B	0,0	2,1

Chaque l'entrée de la matrice donne les paiements obtenus par I et II respectivement. Quels sont les équilibres de Nash en stratégies pures ?
Trouver un équilibre en stratégies mixtes. Quel est le paiement que chacun obtient dans cet équilibre ?

Exercice 5 [5 points] On considère un ensemble de 10 exemples, notés E1,. . . ,E10, qu'on classifie en deux classes notées respectivement + et –. Pour distinguer les éléments on utilise 3 attributs, A,B et C :

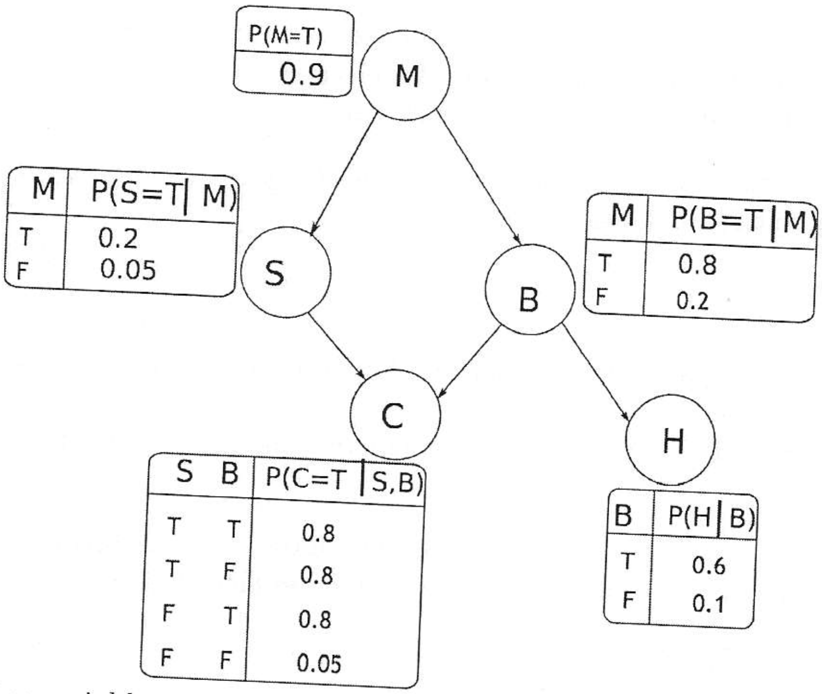
	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10
A	a1	a1	a1	a2	a2	a2	a2	a2	a2	a2
B	b1	b1	b2	b1	b1	b1	b1	b2	b2	b3
C	c1	c1	c1	c1	c2	c1	c2	c1	c2	c2
classe	+	−	+	+	−	−	−	−	+	−

Question 1: Construire l'arbre de décision en utilisant les attributs B,C,A dans cet ordre.

Question 2: Quelle est la valeur de la fonction Gini pour la racine de cet arbres.

Question 3: Supposons que la fonction de Gini est utilisée pour choisir l'attribut à la racine (avec la règle habituelle de sélectionner l'attribut qui maximise le gain).
Est-ce que dans ce cas on choisira plutôt A ou plutôt C comme l'attribut de la racine (je ne demande pas si on choisit B pour limiter le calcul). Cette question demande un peu de calcul, sans doute à faire à la fin si le temps permet.

Exercice 6 [4 points] On considère le réseau Bayesien suivant :



Les variables ont la signification suivante :

- M - cancer métastatique,
- B - tumeur du cerveau,
- H - maux de tête sévères,
- C - coma,
- S - le taux de calcium sérique.

Les variables prennent les valeurs booléennes `T` (true) et `F` (false).

Question 1: Supposons que la valeur de M est connue ($M = F$) et les valeurs de toutes les autres variables ne sont pas connues. Est-ce que S et H sont indépendants (étant donné M) ?

Question 2: Supposons que les valeurs de M et C sont connues ($M = F, C = F$) et les valeurs de toutes les autres variables ne sont pas connues. Est-ce que S et H sont indépendants (étant donné M, C) ?

Question 3: Calculer la probabilité $P(M = T, S = T, C = F, B = F, H = T)$. Pas la peine de faire le calcul, il suffit d'écrire la formule et mettre les valeurs numériques.

Question 4: Calculer $P(M = T, B = T, H = T)$ par élimination de variables C et S (dans cet ordre, d'abord C ensuite S).
Est-ce que l'élimination dans l'ordre inverse, d'abord S, ensuite C est plus facile/plus difficile/c'est la même difficulté ?