M1 Informatique – Paris Diderot - Paris 7
Introduction à l'Intelligence Artificielle

Examen partiel du 7 novembre 2014 - Durée: 2h00

Documents autorisés; le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (Algorithmes de Recherche - 8 points)

On considère l'algorithme de recherche informée A^*_p, paramétré par un nombre réel $0 \leq p \leq 1$, qui est la variante de A^* associant à chaque noeud n (ouvert, c.à.d se trouvant à la frontière de l'arbre de recherche) la valeur

$$p * h(n) + (1 - p) * c(n)$$

$c(n)$ étant le coût du chemin ménant de la racine de l'arbre de recherche à n, et h étant la fonction héuristique.

1. Pour quelles valeurs de p, A^*_p est équivalent aux algorithmes de recherche: (i) glouton (ii) à coût uniforme (iii) A^* (définir au passage une notion convenable d'équivalence entre deux algorithmes de recherche)?

2. Soit I l'instance suivante du jeu du *8-puzzle*:

1	2	3
4	8	5
7		6

état initial

1	2	3
4	5	6
7	8	

solution

La valeur heuristique d'un état est donnée par le nombre de pièces ne se trouvant pas à la place qui est la leur dans la solution. Chaque coup, consistant en faire glisser une pièce sur la case vide, coûte 1.

   (a) Appliquer $A^*_{2/3}$ à I.

   (b) Calculer $inf\{p \in \mathbb{R} \mid A^*_p \text{ dévéloppe exactement 4 noeuds}\}$[1] pour I.

   (c) Combien de noeuds développe A^*_0 pour I?

3. Soit $0 \leq p \leq 1$. Pour tout $q \neq p$, donner une instance de problème de recherche pour laquelle A^*_p développe strictement moins de noeuds que A^*_q.

[1]Rappel: un noeud est dévéloppé quand il est selectionné, et ses fils sont insérés à la frontière de l'arbre de recherche.

Exercice 2 (Nimble - 4 points)

Nimble est le jeu combinatoire suivant: on joue sur un tableau dont les cases sont numerotés 0,1,...,n. Chaque case i contient n_i pièces de monnaie. Un coup consiste à deplacer une pièce d'une case j à une case $k < j$. Le jeu est impartial et normal. Analyser ce jeu (positions perdantes et gagnantes, fonction de Sprague-Grundy). Pour se familiariser avec le jeu, jouer l'instance $n = 2$, $n_i = i$, par exemple.

Exercice 3 (Compositions de jeux combinatoires - 8 points)

Si $J_1 = (P_1, f_1)$ et $J_2 = (P_2, f_2)$ sont deux jeux combinatoires impartiaux et normaux, soit $J_1 \odot J_2 = (P_1 \times P_2, f_\odot)$ le jeu impartial et normal défini par:

$f_\odot(p_1, p_2) = \{(p_1', p_2) \mid p_1' \in f_1(p_1)\} \cup \{(p_1, p_2') \mid p_2' \in f_2(p_2)\} \cup \{(p_1', p_2') \mid p_1' \in f_1(p_1) \text{ et } p_2' \in f_2(p_2)\}$

(autrement dit, le joueur qui a la main choisit de jouer soit sur J_1, soit sur J_2 soit sur les deux à la fois.)

Soit S le jeu soustractif $\{1, 2, 3\}$[2], joué sur l'ensemble de positions $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

1. Déterminer les ensembles P et G des positions perdantes et gagnantes du jeu $S \odot S$.
2. Déterminer les ensembles P et G de $J_1 \odot J_2$, en fonctions de ceux de J_1 et de J_2.
3. Donner la stratégie qu'un joueur ayant la main à une position gagnante de $J_1 \odot J_2$ doit suivre pour gagner.
4. Déterminer la fonction de Sprague-Grundy de $J_1 \odot J_2$, en fonctions de celles de J_1 et de J_2. Vérifiez que la stratégie du point 3 mène toujours à des positions ayant valeur de S.-G. 0.
5. Généraliser au cas $J_1 \odot \ldots \odot J_n$[3].
6. (question de cours) Répondre (brièvement) aux questions 1,2,3,4 et 5, en remplaçant $\odot$ par $+$.

[2] Rappel: une position de ce jeu est un nombre naturel; jouer consiste en soustraire 1,2 ou 3 à la position courante.

[3] Les joueurs choisissent de jouer sur 1 ou 2 ... ou n parmi les J_i.