Master d'Ingéniérie Informatique de Paris Diderot - Paris 7
M1: Introduction à l'Intelligence Artificielle

Examen partiel du 4 novembre 2013 - Durée: 2h00

Documents autorisés; le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (Recherche non informée; 4 points) Dans le *problème des missionnaires et des cannibales* 3 missionnaires et 3 cannibales se trouvent sur la rive gauche d'une rivière qu'ils doivent traverser. Ils disposent d'une pirogue qui peut transporter deux personnes au plus à la fois. Durant l'opération, il faut éviter qu'il n'y ait strictement plus de cannibales que de missionnaires, sur l'une ou l'autre des deux rives.

1. Formuler ce problème comme un problème de recherche. Décrire en particulier:
   - L'ensemble V des états.
   - La fonction successeur $s : V \to \mathcal{P}(V)$.
   - L'état initial.
   - L'état final.
   - La fonction de coût c qui associe un nombre à un chemin dans le graphe des états.
2. Appliquer l'algorithme de recherche en profondeur d'abord à ce problème[1].

Exercice 2 (Recherche informée; 8 points)

Un robot se déplace dans un espace grillagé $n \times n$, et ne peut s'arrêter que sur un ensemble de cases $A \subseteq \{(i,j) \mid 1 \leq i,j \leq n\}$ prédéterminé. L'état initial est $(1,1)$ (la case en bas à gauche) et l'état finale (n,n) (en haut à droite; ces deux cases appartiennent à A).

Le robot se déplace uniquement en horizontal ou en vertical, et le coût d'un déplacement est la valeur absolue de la différence des abscisses (s'il s'agit d'un déplacement horizontal) ou des ordonnées (s'il s'agit d'un déplacement vertical) des cases origine et destination du déplacement.

1. On propose trois fonctions heuristiques
   - $h_1(i,j) = (n-i) + (n-j)$
   - $h_2(i,j) = |\sqrt{(n-i)^2 + (n-j)^2}|$
   - $h_3(i,j) = n - (i \times j)$

   Repérer les heuristiques admissibles, indépendamment du choix de A. Choisir la meilleure des trois, c'est à dire l'heuristique admissible la moins optimiste, pour la suite de l'exercice.
2. Appliquer les algorithmes de recherche
   (i) glouton,
   (ii) à coût uniforme,
   (iii) A^*

[1] Vous êtes autorisés à choisir comme premier fils de chaque nœud de l'arbre de recherche celui qui convient pour faire en sorte que l'arbre de recherche final soit réduit à une branche. Si vous ne voyez pas ce qu'il convient de faire à chaque étape, vous pouvez explorer le graphe d'états et trouver la solution mais cela risque de prendre du temps...

à l'instance de ce problème dessinée ci-dessous pour $n = 10$ (les cases de A étant celles marquée d'un •. Dans les trois cas, ne pas répéter des états sur une même branche de l'arbre de recherche).

						•			•
			•			•		•	
•			•						
•								•	

Pour chaque algorithme, indiquer la solution trouvée, son coût et le nombre de nœuds développés[2].

3. Déterminez un ensemble A de cases atteignables par le robot tel que l'algorithme glouton trouve la solution optimale et développe exactement 2 nœuds, tandis que l'algorithme à coût uniformes développe un nombre maximum de noeuds (quel est ce nombre?).

Exercice 3 (Agents réactifs; 4 points) Supposons que le robot de l'exercice précédent doive se débrouiller seul pour se déplacer de la case $(1, 1)$ à la case (n, n).

- De quels senseurs faudrait-il le doter?
- Quelles actions devrait-il pouvoir exécuter?
- Aurait-il besoin d'une mémoire?
- Proposer un système de productions pour ce robot.

Exercice 4 (**Jeux; 4 points**) On considère le jeu à deux joueur suivant: l'ensemble des position du jeu est $P = \mathbb{N} \cup \{\texttt{joker}\}$. La position initiale est 7. Les positions finales sont 0 et `joker`.

Chaque joueur, à son tour, peut soit jouer `joker` et terminer ainsi le jeu, soit décrémenter d'une unité la position courante, à condition qu'elle soit strictement positive.

La valeur de la position `joker` est 0, celle de la position 0 est 100 si MAX à la main, -100 si MIN à la main.

1. Dessiner l'arbre de jeu de racine MAX.
2. Appliquer à cet arbre l'algorithme MinMax.
3. Appliquer à cet arbre l'algorithme $\alpha\beta$. Quelles valeurs initiales de α et β conviennent?
4. Pour un jeu J donné, soit $|MM_J|$ et $|\alpha\beta_J|$ les tailles des arbres MinMax et $\alpha\beta$ de J, de racine $\langle$position initiale - MAX$\rangle$, respectivement.

   Montrer en utilisant une variante du jeu de cet exercice (il suffit de modifier la position initiale) que $\forall \epsilon > 0 \in \mathbb{R}$ il existe un jeu J tel que $\dfrac{|\alpha\beta_J|}{|MM_J|} \leq \epsilon$

[2]Un nœud de l'arbre de recherche est développé s'il ne se trouve pas à la frontière de l'arbre de recherche quand la solution a été trouvée.