Université Paris 7

Master 1 Informatique, Introduction à l'intelligence artificielle.

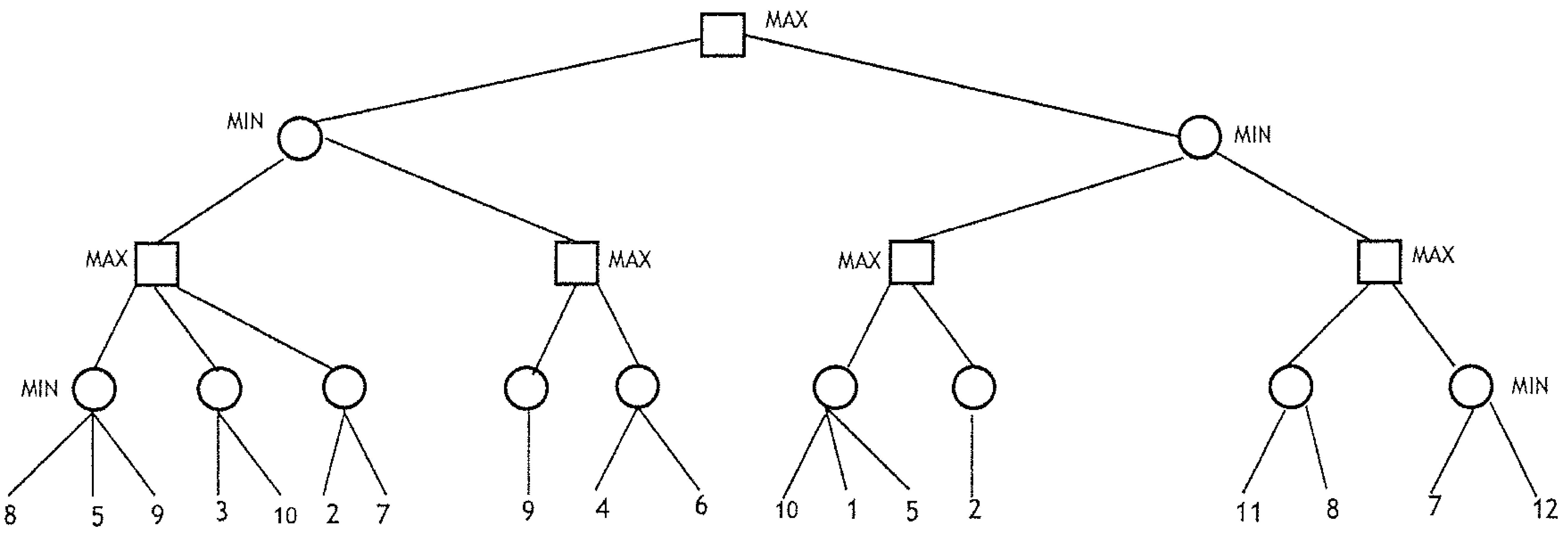
25 juin 2013

Durée : 2 heures Documents manuscrits, notes de cours, notes de TD/TP, livres autorisés. Ordinateurs, téléphones portables interdits.

Le sujet comporte 3 pages.

Le barème **indicatif** : 5 points par exercice.

Exercice 1 Appliquer l'algorithme d'élagage $\alpha - \beta$ sur l'arbre ci-dessous. Indiquer clairement le déroulement de l'algorithme étape par étape. Quels sous-arbres sont élagués ?



Exercice 2

Adam et Béatrice jouent à tour de rôle le jeux suivant. Initialement il y a deux tas de pièces, un tas avec 3 pièces et un autre avec 2 pièces. Adam commence.

L'action d'un joueur consiste à :

- soit le joueur enlève une ou plusieurs pièces d'un seul tas et les met dans sa réserve[1],
- soit il prend au moins une pièce de sa réserve et ajoute cette pièces (ou ces pièces) à un seul tas.

Initialement les joueurs n'ont aucune pièce dans leurs réserves.

Le jeu se termine si le joueur à qui c'est le tour d'agir n'a aucun mouvement valable. Il est déclaré perdant et son adversaire est déclaré gagnant. Si le jeu ne s'arrête jamais alors c'est un jeu nul sans gagnant ni perdant.

Question 1: Décrire les états du jeu et le(s) état(s) terminaux.

Question 2: Dessiner l'arbre de jeu, couper les branches qui semblent inutiles parce qu'on revient à un état déjà visité.

Question 3: Quel est le facteur de branchement du jeu ?

Question 4: Peut-on adapter l'algorithme MIN-MAX pour déterminer qui possède une stratégie gagnante ? Quelle valeur convient-il associer aux feuilles où Adam gagne, aux feuille où Béatrice gagne, aux feuilles où l'arbre a été coupé ?

Quel est le résultat ? Adam possède une stratégie gagnante ? Ou Béatrice ? Ou personne, c'est-à-dire chacun possède une stratégie qui assure le résultat nul ?

---

1. chacun a sa propre réserve de pièces

Exercice 3 On considère un ensemble de 10 exemples, notés E1,. . . ,E10, qu'on classifie en deux classes notées respectivement + et -. Pour distinguer les éléments on utilise 3 attributs, A,B et C :

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10
A	a1	a1	a1	a2	a2	a2	a2	a2	a2	a2
B	b1	b1	b2	b1	b1	b1	b1	b2	b2	b3
C	c1	c1	c1	c1	c2	c1	c2	c1	c2	c2
classe	+	−	+	+	−	−	−	−	+	−

Question 1: Construire l'arbre de décision en utilisant les attributs A,B,C dans cet ordre.

Question 2: Quelle est la valeur de la fonction de Gini pour la racine ?

Question 3: Supposons que la fonction de Gini est utilisée pour choisir l'attribut à la racine. Est-ce que dans ce cas on choisit plutôt A ou plutôt C ? Lequel de deux attributs donne le meilleur gain ? (Cette question demande un peu de calcul, sans doute à faire à la fin si le temps permet.)

Exercice 4 Deux amis Adam et Béatrice vivent dans deux villes différentes dans un pays nommé Laputa. La carte exacte de Laputa n'est pas connue mais si un voyageur se trouve dans une ville X il peut savoir quelles sont les villes voisines de X, c'est-à-dire les villes que l'on peut atteindre par une route directe depuis X. De plus il peut savoir quelle est la distance $D(X,Y)$ entre X et chaque ville voisine Y. La distance est mesurée en minutes – c'est la durée du trajet pour aller de X à Y par la route directe [2].
La distance $D(X,Y)$ n'est pas connue avant qu'on arrive soit à X soit à Y.
Par contre nos deux amis ont accès à un plan satellite. Sur ce plan on ne voit pas de route mais on voit les villes et on peut mesurer la distance $W(X,Y)$ à vol d'oiseau entre n'importe quel pair de villes X et Y. Cette distance est aussi mesurée en minutes — c'est l'estimation du temps d'un trajet direct par une autoroute le plus courte possible entre X et Y (peu importe si cette autoroute existe ou non). En particulier si X et Y sont effectivement reliés par une route alors $W(X,Y) \leq D(X,Y)$ (l'autoroute la plus courte est plus courte qu'une route réelle).
Mais $W(X,Y)$ est connu et fini même s'il n'y a pas de route directe de X à Y. On suppose donc que pour toutes les villes X et Y, $W(X,Y)$ est connu par Adam et Béatrice.
Le but de deux amis est de se rencontrer le plus vite possible — c'est-à-dire minimiser le temps avant la rencontre.
Ils procèdent par étapes. A chaque étape ils se téléphonent, échangent toute information et décident ensemble vers quelle ville se rend chacun.
Par exemple si Adam est à X_A et Béatrice à X_B alors pendant l'appel téléphonique Adam informe Béatrice quelles sont les villes Y_A voisines de X_A et les distances réelles $D(X_A,Y_A)$. Symétriquement Béatrice informe Adam quelles sont les villes Y_B voisines de X_B et les distances réelles $D(X_B,Y_B)$. En utilisant cette information (et les valeurs de W entre différentes villes) Adam et Béatrice décident où chacun doit aller pendant cette étape. A la fin de l'étape celui ou celle qui arrive le premier dans la ville suivante attend le coup de téléphone de l'autre pour préparer l'étape suivante.
Si au début de l'étape Adam et Béatrice constatent qu'ils se trouvent dans des villes voisines alors seulement Adam bouge vers Béatrice.

2. On peut par exemple imaginer que sur la place centrale de chaque ville il y un panneau avec les noms de villes voisines et la distance en minutes.

Il faut formaliser cette description pour la présenter de façon à pouvoir utiliser un algorithme de recherche. La formalisation doit prendre en compte que le but est que deux amis se rencontrent le plus vite possible et que à chaque étape ils se déplacent en même temps (ce qui influence la durée d'étape).
Donc les états sont des couples (X_A, X_B) où X_A la ville visitée par Adam et X_B la ville visitée par Béatrice. Les actions ont la forme $(X_A, X_B) \to (Y_A, Y_B)$ où Adam se déplace vers Y_A et Béatrice vers Y_B.

Question 1: Quelles sont les états cibles ? (Quelle est la condition sur (X_A, X_B) pour arrêter la recherche ?)

Question 2: Quelle formule convient-il utiliser pour calculer le coût $cout((X_A, X_B) \to (Y_A, Y_B))$ d'une action :

(1) $cout_1((X_A, X_B) \to (Y_A, Y_B)) = D(X_A, Y_A) + D(X_B, Y_B)$

(2) $cout_2((X_A, X_B) \to (Y_A, Y_B)) = \min\{D(X_A, Y_A), D(X_B, Y_B)\}$

(3) $cout_3((X_A, X_B) \to (Y_A, Y_B)) = \max\{D(X_A, Y_A), D(X_B, Y_B)\}$

(4) $cout_4((X_A, X_B) \to (Y_A, Y_B)) = D(X_A, Y_A)$

(5) $cout_5((X_A, X_B) \to (Y_A, Y_B)) = D(X_B, Y_B)$

(6) aucune de ces fonctions de coût ne conviennent pour ce problème.

Justifier (très brièvement) votre choix.

Question 3: Si nous voulons utiliser l'algorithme A^* alors il faut une heuristique admissible. Lesquelles parmi les fonctions suivantes donnent des heuristiques admissibles pour ce problème :

(1) $h_1(X_A, X_B) = W(X_A, X_B)$

(2) $h_2(X_A, X_B) = 2 \cdot W(X_A, X_B)$

(3) $h_3(X_A, X_B) = W(X_A, X_B)/2$

(4) aucune de ces trois fonctions n'est admissible.

Justifier brièvement la réponse.