Master d'Ingéniérie Informatique de Paris Diderot - Paris 7
M1: Introduction à l'Intelligence Artificielle

Examen partiel du 16 novembre 2012 - Durée: 1h45

Documents autorisés; le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (**6 points**) On considère l'espace de recherche E défini par le graphe orienté dont l'ensemble de sommets est $S_E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, et l'ensemble des arêtes est $A_E = \{(i, j)|i < j\}$. Le coût de l'arête de source i et destination j, est $2^{(j-i)} + 1$. Le sommet initial est 0, et l'unique sommet final (solution) est 5.

1. Appliquer à ce problème l'algorithme de recherche à coût uniforme.
2. Définir pour ce problème une fonction heuristique admissible h, qui ait la propriété que, pour toute fonction heuristique admissible h' et pour tout sommet n, $h'(n) \leq h(n)$.
3. En utilisant l'heuristique h, appliquer l'algorithme de recherche gloutonne.
4. En utilisant l'heuristique h, appliquer l'algorithme de recherche A*.

Pour chaque algorithme donner l'arbre de recherche, le chemin de 0 à 5 correspondant à la solution trouvée et son coût.

Exercice 2 (**4 points**)

En algorithmique, le problème du sac à dos, noté également KP (en anglais, Knapsack Problem) est un problème d'optimisation combinatoire.

Il modélise une situation analogue au remplissage d'un sac à dos, ne pouvant supporter plus d'un certain poids, avec tout ou partie d'un ensemble donné d'objets ayant chacun un poids et une valeur. Les objets mis dans le sac à dos doivent maximiser la valeur totale, sans dépasser le poids maximum.

Supposons d'avoir k objets o_1,...,o_k, que le poids de l'objet o_i soit p_i et sa valeur v_i, pour $1 \leq i \leq n$, et que le poids maximum consenti soit P.

On veut trouver un sous-ensemble $\{o_{j_1}, ..., o_{j_l}\}$ de $\{o_1, \ldots, o_k\}$ tel que $\sum_{1 \leq h \leq l} p_{j_h} \leq P$ et tel que $\sum_{1 \leq h \leq l} v_{j_h}$ soit aussi grand que possible.

Proposer un algorithme génétique pour la solution de ce problème. Définir en particulier:

1. Le codage des individus (solutions potentielles).
2. La fonction de fitness.
3. Les fonctions de croisement et de mutation.

Exercice 3 (**5 points**) Soit $J = (P, f)$ un jeu combinatoire impartial et normale dont l'ensemble de positions de jeu est P et la fonction de jeu est f.

Soit $J' = (P, f', f)$ le jeu partisan (c.à.d. non impartial) défini par $f'(p) = f(p) \cup \{p\}$, pour tout $p \in P$. Autrement dit, dans le jeu J' le joueur 1 peut choisir, quand il a la main, soit de jouer comme dans J, soit de ne rien faire, tandis que le joueur 2 est obligé de jouer exactement comme dans J.

1. Montrer que le joueur 1 a une stratégie gagnante dans le jeu J', indépendemment du fait qu'il commence la partie ou pas.

2. Donner explicitement une stratégie gagnante pour le joueur 1 dans le jeu J'.

Soit $J'' = (P, f'', f)$ la variante de J' définie par

$$f''(p) = \begin{cases} f(p_0) \cup \{p_0\} & \text{si } p = p_0 \\ f(p) & \text{sinon} \end{cases}$$

où p_0 est l'unique position initiale du jeu J.

3 Montrer que le joueur 1 a une stratégie gagnante pour le jeu J'', s'il commence la partie.

4 Donner un exemple aussi simple que possible de jeu J tel que le joueur 2 a une stratégie gagnante pour le jeu J'', s'il commence la partie.

Exercice 4 (**5 points**) Soient $J^1 = (P^1, f^1)$ et $J^2 = (P^2, f^2)$ deux jeux combinatoires impartiales et normaux, et soient f^1_{SG}, f^2_{SG} leurs fonctions de Sprague Grundy respectives. Soient $p^1 \in P^1$, $p^2 \in P^2$ deux positions telles que $f^1_{SG}(p^1) = f^2_{SG}(p^2) = 2$.

1. La position (p^1, p^2) est-elle gagnante dans le jeu $J^1 + J^2$? Pourquoi?

2. Supposons que le joueur 1 ait la main, dans le jeu $J^1 + J^2$, à la position (p^1, p^2), et qu'il joue dans la première composante pour atteindre la position (q^1, p^2), qui est telle que $f^1_{SG}(p^1) = 1$. Que doit faire le jouer 2 ensuite, pour gagner? Combien de coups différents a-t-il à disposition, au minimum, à la position (q^1, p^2)? Pourquoi?

3. On considère la somme du jeu de Nim sur 1 pile et du jeu soustractif sur $S = \{1\}$. Donner la valeur de la fonction de Sprague Grundy de ce jeu à la position $(3, 3)$,