

Calculabilité et complexité Examen Partiel

30 octobre 2015, 9h-11h

Les notes de cours personnelles (manuscrites ou non) ainsi que tout document manuscrit sont autorisés. Les livres, ou les documents provenant d'autres sources, électroniques ou autres, ne sont pas autorisés. Toute assertion doit être démontrée. Vous pouvez utiliser tout résultat vu en cours ou en TD sans donner de preuve.

1. Rappelons que pour tout langage L , on dit que $xR_L y$ si et seulement si pour tout z , $xz \in L \iff yz \in L$. Donnez les classes d'équivalence de R_L pour les langages suivants. Si le nombre de classes d'équivalences est fini, donnez l'automate qui est donné par le théorème de Myhill-Nerode. Si le nombre de classes est infini, pour avoir tous les points il faut trouver toutes les classes d'équivalence (et démontrer que c'est correct). Pour avoir une partie des points vous pouvez montrer que le nombre de classes d'équivalences est infini.

(a) $\{0^i 10^j : i, j \in \mathbb{N}\}$

fini (il y a 2 1 ou non)

(b) $\{w1^n : w \in \{0, 1\}^n, n \geq 0\}$

infini

2. Soit $L = \{\langle M, w, k \rangle : M \text{ s'arrête sur } w \text{ en au plus } k \text{ étapes}\}$. \bar{L} dénote le complément de L .

(a) L est-il décidable? Oui

(b) \bar{L} est-il décidable? oui

(c) L est-il énumérable? oui

→ (d) \bar{L} est-il énumérable? oui ~~non~~ ~~non~~

Donnez une démonstration dans tous les cas.

3. Pour deux langages A, B , leur différence est $A \setminus B = \{x : x \in A \text{ et } x \notin B\}$.

(a) Montrer que les langages décidables sont fermés sous différence.

(b) Montrer que les langages énumérables ne sont pas fermés sous différence. *Indication* : Vous pouvez prendre des langages A, B de votre choix, montrer qu'ils sont énumérables, mais que leur différence ne l'est pas.