Université Paris Diderot - UFR Informatique
Master Ingénierie Informatique
Automates Avancés - M1
27 Mai 2010

Dureé : 2 heures
Documents autorisés.

Exercice 1 :

Soit l'automate à pile dont les règles de transition sont données par :

$r_1 : \langle p_0, \gamma_0 \rangle \hookrightarrow \langle p_1, \gamma_1\gamma_0 \rangle$ $\quad r_4 : \langle p_2, \gamma_1 \rangle \hookrightarrow \langle p_2, \gamma_1\gamma_1 \rangle$

$r_2 : \langle p_1, \gamma_1 \rangle \hookrightarrow \langle p_2, \gamma_1\gamma_1 \rangle$ $\quad r_5 : \langle p_3, \gamma_1 \rangle \hookrightarrow \langle p_3, \gamma_3\gamma_1 \rangle$

$r_3 : \langle p_2, \gamma_1 \rangle \hookrightarrow \langle p_3, \varepsilon \rangle$ $\quad r_6 : \langle p_3, \gamma_3 \rangle \hookrightarrow \langle p_1, \gamma_1\gamma_3 \rangle$

Question 1 : Calculer l'ensemble des configurations successeurs de la configuration $\langle p_0, \gamma_0 \rangle$. (Calculer l'ensemble $post^*(\langle p_0, \gamma_0 \rangle)$.)

Question 2 : Montrer qu'à tout moment où γ_3 est en tête de pile, il existe dans la pile un symbole γ_1.

Exercice 2 :

Soit la grammaire hors-contexte G dont les règles de production sont données par :

$$S \rightarrow aSA \mid bSB \mid \varepsilon$$
$$A \rightarrow a$$
$$B \rightarrow b$$

Soit $L(G) = \{ w \in \{a,b\}^* \mid S \xrightarrow{w} \varepsilon \}$

Question 1 : Quel est $L(G)$? Est-il régulier ? S'il n'est pas régulier, le prouver, sinon en donner une expression régulière.

Question 2 : Donner une formule de Presburger qui décrit l'image de Parikh de $L(G)$.

Question 3 : Donner un automate fini définissant un langage régulier L dont l'image de Parikh est la même que celle de $L(G)$.

Question 4 : Refaire les questions 2 et 3 avec la grammaire G' où les règles de production pour S sont : $S \rightarrow aSB \mid bSA \mid \varepsilon$

Exercice 3 :

Soit l'alphabet $\Sigma = \{a, f, g, h\}$ où a est d'arité 0, et f, g, h sont d'arité 2.

Question 1 : Donner un automate d'arbre qui reconnait le langage des arbres binaires dont toutes les branches contiennent un f.

Question 2 : Donner un automate d'arbre qui reconnait le langage des arbres binaires dont toutes les branches contiennent tous les symboles de l'alphabet.

Soit maintenant $\Sigma = \{a, b, f\}$ où a, b sont d'arité 0, et f est d'arité 2.

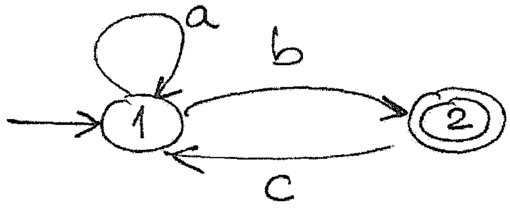
Question 3 : Donner un automate d'arbre qui reconnait un langage d'arbre L ~~les~~ tel que l'ensemble des séquences de feuilles des arbres dans L forme un langage (de mots) qui est $\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$.

Question 4 : Soit Σ un alphabet quelconque, et soit un automate d'arbre A sur Σ. Montrer que le langage des séquences de feuilles des arbres dans $L(A)$ est toujours hors-contexte. (Donner une grammaire hors-contexte qui le génère.)

Exercice 4 :

(4)

Soit l'automate de Büchi B suivant :



où (1) est l'état initial et (2) est l'état répété.

Question 1 : Donner une formule de MSO qui caractérise le langage de cet automate. (Utiliser la construction donné en cours/TD)

Question 2 : Exprimer en FSO (logique de 1ère ordre) $\{ w \in \Sigma^* \mid w \text{ contient "bb"} \}$.

Question 3 : En déduire que L(B) peut être défini en FSO.