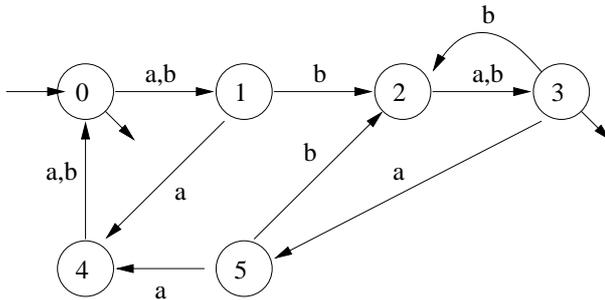


## Automates avancés – Partiel (durée : 2h)

*Tous les documents sont autorisés.*

*Le barème est donné à titre indicatif et peut être modifié.*

**Exercice 1 (5 points)** Minimisez l'automate déterministe suivant :



Donnez ensuite une expression régulière équivalente.

**Exercice 2 (5 points)** Soit  $M_1$  un automate à pile donné par  $M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, q_{init}, \gamma_{init}, F, \delta)$  avec  $Q = \{q_{init}\}$ ,  $\Sigma = \{a, b, c\}$ ,  $\Gamma = \{A, B, \gamma_{init}\}$ ,  $F = \{q_{init}\}$  et

$$\begin{aligned} \delta(q_{init}, a, \gamma_{init}) &= \{(q_{init}, AB)\}, \\ \delta(q_{init}, a, A) &= \{(q_{init}, AB)\}, \\ \delta(q_{init}, c, A) &= \{(q_{init}, \epsilon)\}, \\ \delta(q_{init}, b, B) &= \{(q_{init}, \epsilon)\} \end{aligned}$$

La première règle indique que dans l'état  $q_{init}$  en produisant  $a$  l'automate prend  $\gamma_{init}$  de la pile et le remplace par  $AB$  et reste dans  $q_{init}$ . Soit  $L_1$  le langage généré par  $M_1$  avec acceptation par pile vide. Soit  $L_2$  le langage généré par  $M_1$  avec acceptation par états finaux  $\{q_{init}\}$ .

- Quel est  $L_1$  ?
- Quel est  $L_2$  ?
- Si on veut générer  $L_2$  avec acceptation par pile vide, comment doit-on modifier l'automate ?
- Donnez une grammaire hors-contexte qui génère  $L_1$ .
- Donnez une grammaire hors-contexte qui génère  $L_2$ .

**Exercice 3 (5 points)** Soit  $L$  un langage régulier.

- Est-ce que  $\{w_1 w_2 \mid w_1 \in L \text{ et } w_2 \in L\}$  est régulier ? Justifiez.
- Est-ce que  $\{w_1 w_1 \mid w_1 \in L\}$  est régulier ? Justifiez.

**Exercice 4 (5 points)**

- Donnez une grammaire ou un automate à pile qui génère le langage

$$\{a^n b^m c^k \mid n + m = k\}$$

- Donnez une grammaire ou un automate à pile qui génère le langage

$$\{a^n b^m c^k \mid n + k = m\}$$