

Master Ingénierie Informatique, Université Paris Diderot.
Automates Avancés
29 Juin 2012

Durée : 2h

Documents manuscrits autorisés. Les réponses doivent être justifiées

Exercice 1 :

Considérer la grammaire hors-contexte $G = (VT = \{a,b,c,d\}, VN = \{S, A, B, C, D\}, S, P)$ où P est l'ensemble de productions suivant :

$S \rightarrow ABC$ $A \rightarrow Aa \mid D$ $B \rightarrow b$ $C \rightarrow cA$ $D \rightarrow BD \mid d$

Question : Est-ce que $L(G)$ est régulier. Si oui, donner une expression régulière qui le décrit. Sinon, donner une preuve de la non régularité.

Exercice 2 :

Donner un automate d'arbres sur l'alphabet $\{a,b,c\}$ qui reconnaît l'ensemble des arbres tels que :

- tous les chemins contiennent au moins un « c »
- toutes les feuilles contiennent un « a »
- il existe un chemin dont les étiquettes forment un mot dans le langage $(ab)^*c(ba)^*$

Exercice 3 :

Donner un automate sur l'alphabet $\{0,1\}$ qui reconnaît l'ensemble des vecteurs des codages binaires d'entiers x, y, z qui sont solution à la contrainte : « $x + 2y = z$ »

Exercice 4 :

Soit les langages $L1 = \{a^n b^n c^* \mid n \geq 0\}$ et $L2 = \{a^* b^m c^m \mid m \geq 0\}$

Question 1 : Donner des grammaires hors-contexte pour $L1$ et $L2$.

Question 2 : Donner des formules de Presburger décrivant l'image de Parikh de chacun des deux langages.

Soit $L12$ l'intersection des langages $L1$ et $L2$.

Question 3 : Est-ce que $L12$ est un langage hors-contexte ? Si oui, donner une grammaire hors-contexte qui le décrit, sinon donner une preuve que ce langage n'est pas hors-contexte.

Question 4 : Donner une formule de Presburger décrivant l'image de Parikh de $L12$.

Question 5 : Donner un automate fini A (reconnaissant un langage régulier), tel que l'image de Parikh de $L(A)$ est égale à l'image de Parikh de $L12$.