CC2 OL5, 2018/19, Groupe 3, énoncé B
Durée 40'. Documents non autorisés.

Nom :
Prenom :

Question 1 : On considère la fonction :

x	y	z	$f(x, y, z)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

1. Donnez une formule en forme normale conjonctive (CNF) C_f et une formule en forme normale disjonctive (DNF) D_f qui définissent f relativement à la liste de variables x, y, z .

2. Donnez une formule X_f qui définit f relativement à la liste de variables x, y, z , écrite à l'aide du seul connecteur $\oplus$.

Rappel : $(A \oplus B) = ((A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B))$.

Question 2 :

On considère la règle suivante :

$$\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta}$$

1. Cette règle est-elle valide ? Justifiez.

2. Est-elle réversible ? Justifiez.

Question 3 : Donnez une dérivation dans le calcul des séquents de Gentzen du séquent :

$$(x \vee y) \wedge (x \vee z) \vdash x \vee (y \wedge z)$$

Question 4 : Donnez une règle du calcul des séquents dont la conclusion est le séquent $\Gamma \vdash (A \leftrightarrow B), \Delta$ et dont les prémisses contiennent uniquement Γ, Δ, A, B . Montrez que la règle est valide et réversible.

Rappel : $(A \leftrightarrow B) = ((A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B))$.