CC1 OL5, 2018/19, Groupe 3, énoncé B
Durée 30'. Documents non autorisés.

Nom:
Prenom:

Question 1: On considère la fonction f qui associe à chaque formule le nombre de $\neg$ qu'elle contient.

(a) Définir f par récurrence sur les formules.

(b) Définir une algèbre $\underline{A}$ sur la signature $\{\neg^1, \vee^2, \wedge^2, x^0, y^0, \ldots\}$ telle que f soit l'unique morphisme de l'algèbre initiale vers $\underline{A}$.

Question 2: Pour chacune des affirmations suivantes, donnez une preuve ou un contre-exemple:

(a) Si $(P, >)$ est un ordre bien fondé, alors il existe $p \in P$ tel que pour tout $q \in P$ $p > q$.

(b) Si $(P, >)$ est un ordre bien fondé, alors il existe $p \in P$ tel que pour tout $q \in P$ $q > p$.

Question 3: Montrez que $((x \to y) \wedge (x \to \neg y)) \equiv \neg x$

Question 4: Pour chacune des affirmations suivantes, donnez une preuve ou un contre-exemple:

(a) Si $(A \wedge \neg B)$ n'est pas satisfaisable, alors $A \equiv B$

(b) Si $A \equiv B$ alors $(A \wedge \neg B)$ n'est pas satisfaisable.