



Durée : 10 minutes.

Les questions utilisant le signe ♣ peuvent avoir plusieurs reponses correctes. Les autres ont exactement une reponse correcte.

Question 1 Qu'est-ce, par définition, une formule du Calcul Propositionnel?

- Un mot sur l'alphabet $\{\neg, \vee, \wedge, x, y, z, \dots\}$.
- Une chaîne de caractères.
- Une formule du Calcul des Prédicats sans occurrences des symboles \forall et \exists .
- Un élément de l'algèbre initiale sur la signature $\{\neg^1, \vee^2, \wedge^2, x^0, y^0, z^0 \dots\}$.

Question 2 ♣ On considère la signature $\{c^0, \otimes^2\}$, et les deux algèbres sur cette signature:

$\underline{A} = (\mathbb{N}, \{f_c = 0, f_\otimes(n, m) = n + m\})$ et

$\underline{B} = (\mathbb{N}, \{g_c = 1, g_\otimes(n, m) = n \times m\})$.

Parmi les fonctions de \mathbb{N} dans \mathbb{N} ci-dessous, cocher celles qui sont des morphismes de \underline{A} dans \underline{B} .

- $h(n) = n$
- $h(n) = 2n$
- $h(n) = n + 1$
- $h(n) = 2^n$
- $h(n) = 1$
- None of these answers are correct.

Question 3 ♣ Parmi les fonctions de \mathbb{N} dans \mathbb{N} ci-dessous, cocher celles qui sont des morphismes de \underline{B} dans \underline{A} (la signature et les algèbres \underline{A} et \underline{B} sont définies comme à la question précédente).

- $h(n) = n$
- $h(n) = 2^n$
- $h(n) = 2n$
- $h(n) = \log_2 n$
- $h(n) = 0$
- None of these answers are correct.

Question 4 Quel est l'unique morphisme entre l'algèbre initiale sur la signature $\{\neg^1, \vee^2, \wedge^2, x^0, y^0, z^0 \dots\}$ et l'algèbre $\underline{A} = (\mathbb{N}, \{f_x = f_y = f_z = \dots = 0, f_\neg(n) = n, f_\vee(n, m) = n + m, f_\wedge(n, m) = n + m + 1\})$?

- La fonction qui associe à toute formule l'entier 0.
- La fonction qui associe 0 à toute formule fausse et 1 à toute formule vraie.
- La fonction qui associe à une formule le nombre de conjonction qu'elle contient.
- La fonction qui associe à toute formule l'entier 1.

Question 5 Définir une algèbre \underline{A} sur la signature $\{\neg^1, \vee^2, \wedge^2, x^0, y^0, z^0 \dots\}$ de telle manière que l'unique morphisme de l'algèbre initiale vers \underline{A} soit la fonction qui associe à chaque formule l'ensemble de variables propositionnelles qu'elle contient.

- Écrivez votre déf. ci-dessous: