

Exercice 1:

1/

$P = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$

$T = \{0, 1, 2, 3\}$

Variable $T \times P$

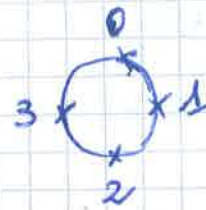
$[t, p]$ la personne exposée dans le stand t

variable prop

1) toute personne exposée dans un stand

2) Aucune personne exposée dans 2 stands en même temps

3) Dans chaque stand il y a au moins 2 personnes



$$\bigwedge_{p \in P} \left(\bigvee_{t=0}^3 [t, p] \right)$$

$$\bigwedge_{p \in P} \neg ([t_1, p] \wedge [t_2, p])$$

$$\bigwedge_{p \in P} \left(\bigwedge_{t_1=0}^3 \bigwedge_{\substack{t_2=0 \\ t_1 \neq t_2}}^3 \neg ([t_1, p] \wedge [t_2, p]) \right)$$

$t_2 \backslash t_1$	0	1	2	3
0	/	/	/	/
1	0, 1	/	/	/
2	0, 2	1, 2	/	/
3	0, 3	1, 3	2, 3	/

$$\bigwedge_{p \in P} \left(\bigwedge_{t_1=0}^3 \bigwedge_{t_2=t_1+1}^3 \neg ([t_1, p] \wedge [t_2, p]) \right)$$

3) Dans chaque stand

$$\bigwedge_{t=0}^3 \left(\bigvee_{\substack{p_1 \in P \\ p_2 \in P \\ p_1 \neq p_2}} ([t, p_1] \wedge [t, p_2]) \right)$$

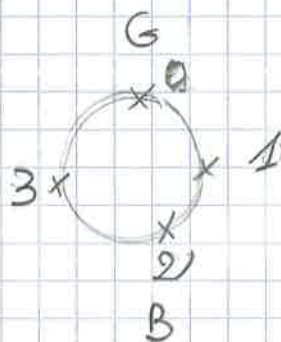
3 au moins des personnes ($\vee$)

2/

- $\bigvee_{t \in T} (\exists (E, G) \wedge [t, H])$
- $\bigvee \neg ([t, C] \wedge [t, D])$
- $\bigwedge_{t \in T} \neg [t, C] \vee \neg [t, D]$
- $[B, A]$

3/

- $\bigvee_{t \in T} (\text{FNC} ([t, G] \wedge [(t+2) \bmod 4, B]))$
- $\bigwedge_{t \in T} ([t, G] \rightarrow [(t+2) \bmod 4, B])$



i=0

0

1

2

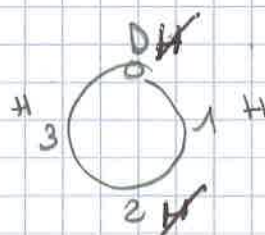
en face

i+2

2 mod 4

3 mod 4 = 0

(2+2) mod 4 = 1



D	H
0	1, 3
1	0, 2
2	1, 3
3	0, 2

- $\bigwedge_{t \in T} ([t, D] \rightarrow \neg [t, B] \wedge [(t+2) \bmod 4, B])$

si D a la position t alors H ne peut pas a la position t et H ne peut pas a la position t+2

- $\bigwedge_{t \in T} \neg [t, D] \vee (\neg [t, H] \wedge \neg [(t+2) \bmod 4, H])$

forme alternative :

$$\bigvee_{t=0}^3 [t, D] \wedge ((t+1) \bmod 4, H) \vee ((t+3) \bmod 4, H)$$

1)

(ax)

(ex)

(ad)

(eg)

(ag)

(ag)

(gd)

$$\vdash ((x \wedge \neg y) \wedge (x \rightarrow y)) \rightarrow (x \wedge y)$$

2)

$$\frac{x \beta y \quad \vdash x \wedge \neg y}{\Delta, A \vdash B, \Gamma} (\beta g)$$

$$\frac{\Delta, A \vdash \Gamma \quad \Delta, B \vdash \Gamma}{\Delta \vdash A \beta B, \Gamma} (\beta d)$$

$$\frac{\frac{\Delta, A \vdash B, \Gamma}{\Delta, A \neg B \vdash \Gamma} \neg g}{\Delta, A \wedge \neg B \vdash \Gamma} (\wedge g)$$

$$\frac{\Delta \vdash A, \Gamma \quad \frac{\Delta, B \vdash \Gamma}{\Delta \vdash \neg B, \Gamma} (\neg d)}{\Delta \vdash A \wedge \neg B, \Gamma} (\wedge d)$$

3.

$$\begin{array}{c}
 \frac{x \rightarrow y, x \vdash x, y}{x \rightarrow y, x \vdash y, x \beta \tau y} \text{ (ax)} \\
 \frac{x \beta y, x \rightarrow y \vdash x \beta \tau y}{(x \beta y) \wedge (x \rightarrow y) \vdash x \beta \tau y} \text{ (ax)} \\
 \frac{(x \beta y) \wedge (x \rightarrow y) \vdash x \beta \tau y}{\vdash (x \beta y) \wedge (x \rightarrow y) \rightarrow (x \beta \tau y)} \text{ (ax)}
 \end{array}$$

Exercise 3:

clauses unitaires

variable avec route unique (appartient tout le temps de même point ou négatif)

et
n'est pas unique

$$d_1 \wedge d_2 \wedge d_3 \wedge d_4 \wedge d_5 \wedge d_6$$

↓ $t = \Delta$

$$d_1 \wedge d_2 \wedge d_3 \wedge d_5 \wedge d_6$$

$$\downarrow \mu = \Delta$$

$$d_1 \wedge d_2 \wedge d_3 \wedge d_6$$

$$\downarrow \delta = 0$$

~~94~~ True

- point y approval over entire reg
- sent in

on s'intéresse à y

$d_3 \sim d_6$

```

graph TD
    Root(( )) --- L((x=0))
    Root --- R((x=1))
    L --- z1((z))
    z1 --- z1_val((z=1))
    z1_val --- True1[True]
    R --- z2((z))
    z2 --- z2_val((z=0))
    z2_val --- True2[True]
  
```

Jeux
6x73

$$\begin{array}{l} x \vee y \\ \neg x \vee \neg y \end{array}$$

pour que la formule soit satisfaisable

$$V_1 \quad t=1 \\ u=1 \\ y=0 \\ x=1 \\ z=0$$

$$V_2 \quad t=1 \\ u=1 \\ y=0 \\ x=0 \\ z=1$$

$$[C]_{V_1} = 1$$

$$[C]_{V_2} = 1$$

2/

$$1 \leq i \leq 6 \quad 1 \leq j \leq 6 \quad d_j \models d_i$$

$$\begin{array}{cc} x \vee z \vee u \vee t & x \vee z \\ d_5 & d_3 \end{array}$$

$$\Sigma' = \{d_1, d_2, d_4, d_5, d_6\}$$

$$c' = d_1 \wedge d_2 \wedge d_4 \wedge d_5 \wedge d_6$$

justification
c est un

theo du cours

en enlevant des clauses, on obtient la m

Exo 4:

$$4 \quad (X \vee Y) \rightarrow \neg(\neg X \wedge \neg Y)$$

$$\neg(X \wedge Y) \vee (\neg \neg X \vee \neg \neg Y) \rightarrow$$

$$\neg(X \wedge Y) \vee [\neg(\neg(\neg X) \wedge \neg(\neg Y))]$$

$\rightarrow X$

Y

$$\neg(\neg(\neg(X \wedge Y)) \wedge \neg(\neg(\neg \neg X \wedge \neg \neg Y)))$$

6) la règle R diminue de "1" le nb de connecteurs "V" d'une formule

7) Nq $p \rightarrow p'$ alors $p \not\models p'$

Je fais mme remarque. $X \vee Y \not\models \neg(\neg X \wedge \neg Y)$

pour faire un raisonnement (trivial) par induction sur

la même $X \vee Y \not\models \neg(\neg X \wedge \neg Y)$

on fait une table de vérité

$$\left. \begin{array}{l} \neg(\neg X \wedge \neg Y) \neq 1 \\ \neg \neg X \vee \neg \neg Y \neq 1 \\ X \vee Y \end{array} \right\}$$

(3)

②

$$\frac{\text{regle } S}{\neg \neg x \rightarrow x}$$

a/ $\boxed{P \rightarrow P' \text{ , alors } \varphi(P') < \varphi(P)}$
RS

la prop qu'on veut démontrer

Dém par induct sur P

① P est une variable x

on constate que R et S ne s'applique pas à la var x

Et donc on conclut que la propriété est vraie

② a/ P est de la forme $\neg q$, donc

si on applique la règle R, on a

$$P = \neg q \rightarrow \neg q' = P' \text{ ou } q \rightarrow_R q'$$

Car $q \rightarrow_R q'$ alors par hypothèse induct on a

$$\varphi(q') < \varphi(q)$$

$$\wedge \varphi(P') < \varphi(P)$$

$$\begin{aligned} &= \varphi(\neg q') &= \varphi(\neg q) \\ &= 1 + \varphi(q') &= 1 + \varphi(q) \end{aligned}$$

$$\rightarrow 1 + \varphi(q') < 1 + \varphi(q)$$

b/ si on applique la règle S, on a

$$P = \neg q \begin{cases} P = \neg q \xrightarrow{S} \neg q' \text{ ou } q \xrightarrow{S} q' & b_1 \\ P = \neg q = \neg \neg q_1 \xrightarrow{S} q_1 = P' & b_2 \end{cases}$$

(b₁)

le cas b₁ se traite comme le cas (a)

le cas b₂ se traite comme suit :

$$\varphi(P') < \varphi(P)$$

$$\varphi(q_1) < \varphi(\neg \neg q_1)$$

$$\rightarrow 1 + \varphi(\neg \neg q_1)$$

$$2 + \varphi(q_1)$$

$$(3) \quad p = q_1 \wedge q_2 \xrightarrow{R, S} p'$$

3a

$$p = q_1 \wedge q_2 \xrightarrow{R, S} q'_1 \wedge q_2 = p' \text{ ou } q_1 \xrightarrow{R, S} q'_1$$

par lvi $\phi(q'_1) < \phi(q_1)$

Alors $\phi(p') = \phi(q'_1) + \phi(q_2) < \phi(q_1) + \phi(q_2) = \phi(p)$

3b

$$p = q_1 \wedge q_2 \xrightarrow{R, S} q_1 \wedge q'_2 = p' \text{ ou } q_2 \xrightarrow{R, S} q'_2$$

similaire

$$(4) \quad p = q_1 \vee q_2 \xrightarrow{R, S} p'$$

4a

$$p = q_1 \vee q_2 \xrightarrow{R, S} q'_1 \vee q_2 = p' \text{ ou } q_1 \xrightarrow{R, S} q'_1$$

4b

Similaire

4c

$$p = q_1 \vee q_2 \xrightarrow{R} \neg(\neg q_1 \wedge \neg q_2) = p'$$

$$\begin{aligned} \phi(p') &= 1 + \phi(\neg q_1 \wedge \neg q_2) \\ &= 1 + \phi(\neg q_1) + \phi(\neg q_2) \\ &= 1 + 1 + \phi(q_1) + 1 + \phi(q_2) \\ &= 3 + \phi(q_1) + \phi(q_2) \end{aligned}$$

$$\phi(p) = \phi(q_1 \vee q_2) = 4 + \phi(q_1) + \phi(q_2)$$

4

E4

(6)

L'application de R et S termine toujours
on raisonne par contradiction

on suppose que l'application de RS ne termine pas, i.e.

$$p \xrightarrow[RS]{\quad} p_1 \xrightarrow[RS]{\quad} p_2 \xrightarrow[RS]{\quad} p_3 \dots$$

alors $\phi(p) > \phi(p_1) > \phi(p_2) \dots$ contradict

car pour toute formule p $\phi(p) \geq 1$