+1/1/60+

Mathématiques discrètes
QCM n° 2

Durée : 15 minutes

Énoncé constitué de 5 questions

Université de Paris

Nom :

Prénom :

Groupe :

Question 1 On choisit m cases d'une rangée de n cases blanches, et on colorie chacune des cases choisies en rouge, vert ou jaune. Combien de choix a-t-on ?

☐ $\binom{n+m}{m-3}$ ☐ $\binom{n}{m}3^m$ ☐ $\binom{n}{m}\binom{n-3}{m}$ ☐ $3^{\binom{m}{n}}$ ☐ $3!\binom{n}{m}$

Question 2 Combien y a-t-il de graphes comportant 8 sommets noirs et 7 sommets blancs dont toutes les arêtes relient un sommet blanc à un sommet noir ?

☐ 2^{56} ☐ $15!$ ☐ $\binom{15}{7}2^{15}$ ☐ 8^7 ☐ 56

Question 3 Considérons la propriété suivante :

$$\mathcal{P}(n) = \text{« Pour tout } n \geqslant 0,\ 2^n > n^2 \text{ ».}$$

Quelle partie de la démonstration suivante est fausse ?

(partie 1) Pour $n = 0$, $\mathcal{P}(n)$ est vraie puisque $1 > 0$.
(partie 2) Soit $n \geqslant 0$ tel que $\mathcal{P}(n)$ est vraie ; considérons alors $n + 1$.
(partie 3) On a $2^{n+1} = 2(2^n) > 2n^2$, par hypothèse de récurrence.
(partie 4) Par ailleurs, pour tout $n \geqslant 0$, on a $(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1 \leqslant n^2 + n^2 = 2n^2$
(partie 5) Donc, pour tout $n \geqslant 0$, $2^n > n^2$.
$\mathcal{P}(n)$ est donc vraie pour tout $n \geqslant 0$.

☐ aucune ☐ 4 ☐ 5 ☐ 2 ☐ 1 ☐ 3

Question 4 Quel couple (n, k) parmi les suivants est tel qu'il existe un graphe k-régulier à n sommets ?

☐ $(2^{10} - 1, 2^9 - 1)$ ☐ $(\binom{7}{3} - 1, 16)$ ☐ $(\binom{10}{4} - 1, 3)$ ☐ $(15, 3)$ ☐ $(4, 4)$

Question 5 Un graphe comporte 8 sommets noirs numérotés de 1 à 8 et 8 sommets blancs numérotés de 1 à 8. Chaque sommet blanc numéroté i est relié à tous les sommets noirs sauf le sommet noir numéroté i, et aucune autre arête n'existe à part celles-là. Combien d'arêtes ce graphe possède-t-il ?

☐ 64 ☐ 54 ☐ 56 ☐ $7!$ ☐ 49