



Mathématiques discrètes

QCM n° 3

Durée : 45 minutes
Énoncé constitué de 24 questions

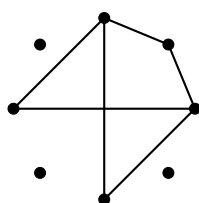
Nom :

Prénom :

Groupe :

Certaines questions admettent plusieurs réponses correctes. Il vous est demandé dans ce cas de cocher *toutes les bonnes réponses*.

Question 1 Combien le graphe suivant a-t-il de composantes connexes ?



- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| ☐ 3 | ☐ 2 |
| ☐ 4 | ☐ 1 |

Question 2 Il existe un graphe eulérien mais non hamiltonien.

- ☐ vrai ☐ faux

Question 3 La suite (6, 4, 2, 2, 2, 1) peut être la suite des degrés d'un graphe...

- | | | |
|---------------------|------------------------------|------------------------------|
| — quelconque ? | ☐ oui | ☐ non |
| — connexe ? | ☐ oui | ☐ non |
| — non connexe ? | ☐ oui | ☐ non |
| — biparti ? | ☐ oui | ☐ non |
| — acyclique ? | ☐ oui | ☐ non |
| — arbre ? | ☐ oui | ☐ non |
| — eulérien ? | ☐ oui | ☐ non |
| — pseudo-eulérien ? | ☐ oui | ☐ non |

Question 4 La suite (4, 3, 3, 1, 1, 1, 1) peut être la suite des degrés d'un graphe...

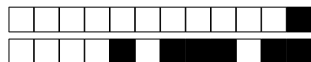
- | | | |
|---------------------|------------------------------|------------------------------|
| — quelconque ? | ☐ oui | ☐ non |
| — connexe ? | ☐ oui | ☐ non |
| — non connexe ? | ☐ oui | ☐ non |
| — biparti ? | ☐ oui | ☐ non |
| — acyclique ? | ☐ oui | ☐ non |
| — arbre ? | ☐ oui | ☐ non |
| — eulérien ? | ☐ oui | ☐ non |
| — pseudo-eulérien ? | ☐ oui | ☐ non |

Question 5 La suite (4, 2, 2, 2, 2) peut être la suite des degrés d'un graphe...

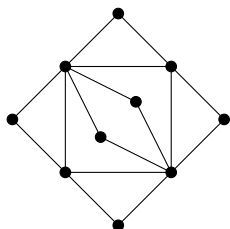
- | | | |
|------------------------|------------------------------|------------------------------|
| — eulérien ? | ☐ oui | ☐ non |
| — pseudo-eulérien ? | ☐ oui | ☐ non |
| — hamiltonien ? | ☐ oui | ☐ non |
| — pseudo-hamiltonien ? | ☐ oui | ☐ non |

Question 6 Pour tout $n \geq 2$, il existe un arbre pseudo-hamiltonien.

- ☐ faux ☐ vrai

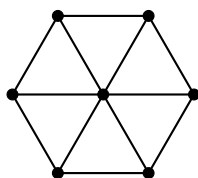


Question 7 Le graphe suivant est-il...



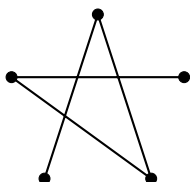
- eulérien ? ☐ oui ☐ non
- pseudo-eulérien ? ☐ oui ☐ non
- hamiltonien ? ☐ oui ☐ non
- pseudo-hamiltonien ? ☐ oui ☐ non

Question 8 Le diamètre du graphe suivant est...



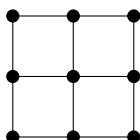
- ☐ 3 ☐ 1
- ☐ 4 ☐ 2

Question 9 Le graphe suivant est-il...



- connexe ? ☐ oui ☐ non
- acyclique ? ☐ oui ☐ non
- biparti ? ☐ oui ☐ non
- complet ? ☐ oui ☐ non

Question 10 Le graphe suivant est-il...



- eulérien ? ☐ oui ☐ non
- pseudo-eulérien ? ☐ oui ☐ non
- hamiltonien ? ☐ oui ☐ non
- pseudo-hamiltonien ? ☐ oui ☐ non

Question 11 La suite (3, 3, 1, 1, 1, 1) peut être la suite des degrés d'un graphe...

- eulérien ? ☐ oui ☐ non
- pseudo-eulérien ? ☐ oui ☐ non
- hamiltonien ? ☐ oui ☐ non
- pseudo-hamiltonien ? ☐ oui ☐ non

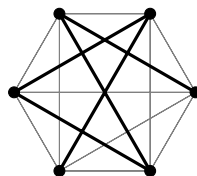
Question 12 Le graphe $K_{4,4}$ est...

- eulérien ? ☐ oui ☐ non
- pseudo-eulérien ? ☐ oui ☐ non
- hamiltonien ? ☐ oui ☐ non
- pseudo-hamiltonien ? ☐ oui ☐ non

Question 13 Une marche élémentaire est définie comme une marche où toutes les arêtes sont distinctes.

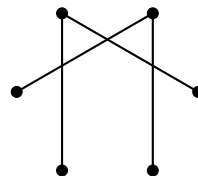
- ☐ faux ☐ vrai

Question 14 Combien y a-t-il de sous-graphes du graphe complet contenant les arêtes indiquées en gras ?



- ☐ $\frac{15!}{10!}$ ☐ $\frac{15!}{5!}$
- ☐ 2^{15} ☐ $\binom{15}{5}$
- ☐ 2^{10} ☐ 2^5

Question 15 Le graphe suivant est-il...



- connexe ? ☐ oui ☐ non
- acyclique ? ☐ oui ☐ non
- biparti ? ☐ oui ☐ non
- complet ? ☐ oui ☐ non



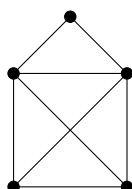
Question 16 Tout sous-graphe d'un arbre est connexe.

☐ faux ☐ vrai

Question 17 Le graphe K_9 est...

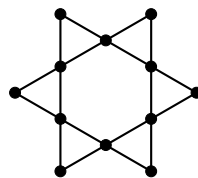
- eulérien ? ☐ oui ☐ non
- pseudo-eulérien ? ☐ oui ☐ non
- hamiltonien ? ☐ oui ☐ non
- pseudo-hamiltonien ? ☐ oui ☐ non

Question 18 Le graphe suivant est-il...



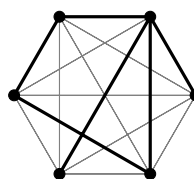
- eulérien ? ☐ oui ☐ non
- pseudo-eulérien ? ☐ oui ☐ non
- hamiltonien ? ☐ oui ☐ non
- pseudo-hamiltonien ? ☐ oui ☐ non

Question 19 Combien le graphe suivant a-t-il de sous-graphes couvrants (c'est-à-dire avec le même ensemble de sommets) à 12 arêtes ?



- ☐ $2^{\binom{12}{2}}$ ☐ 12^{18}
- ☐ $\binom{12}{2}$ ☐ 2^{18}
- ☐ $\binom{18}{12}$ ☐ 18^{12}
- ☐ $(18)_{12}$ ☐ 2^{12}

Question 20 La trace d'une marche sur K_6 est représentée en gras ci-dessous. Il peut s'agir...



- d'un cycle ? ☐ oui ☐ non
- d'une marche simple ? ☐ oui ☐ non
- d'une marche élémentaire ? ☐ oui ☐ non
- d'un chemin ? ☐ oui ☐ non

Question 21 Un graphe dont toutes les composantes connexes sont acycliques est acyclique.

☐ vrai ☐ faux

Question 22 La preuve par récurrence ci-dessous est-elle correcte ?

$\mathcal{P}(n) = \text{« Il existe un graphe connexe à } n \text{ sommets et } n - 1 \text{ arêtes »}$

Pour $n = 1$, la propriété est vraie.

Supposons la propriété vraie pour $n - 1$. Considérons un graphe G connexe à $n - 1$ sommets et $n - 2$ arêtes. Le graphe obtenu en ajoutant un sommet et une arête vers ce sommet est un graphe connexe à n sommets et $n - 1$ arêtes.

La propriété est donc vraie pour tout n .

☐ non ☐ oui

Question 23 Noël arrivant, Bob sort le carton de décorations. Il a 30 guirlandes toutes différentes qu'il aimerait disposer dans le salon. Combien de manières a-t-il de décorer sa maison avec 10 guirlandes ?

☐ $\binom{39}{10}$ ☐ 10^{30} ☐ $\frac{30!}{10!}$ ☐ $\binom{30}{10}$ ☐ $\frac{30!}{20!}$ ☐ 30^{10}



+1/4/57+

Question 24 Pour Noël, Bob dispose de 5 figurines différentes de bonhommes de neige, qu'il aimerait aligner sur le rebord de sa fenêtre. Combien a-t-il de manières de le faire en les mettant tous ?

☐ $\binom{6}{5}$

☐ $\binom{4}{1}$

☐ $\binom{5}{1}$

☐ 1^5

☐ $5!$

☐ 2^5