+1/1/60+

QCM **TEST**

Mathématiques discrètes
Préparation au QCM

Nom et prénom :

.....

Récurrence

Question 1 Considérons la propriété suivante :
$\mathcal{P}(n)$ ="n points deux à deux distincts du plan sont toujours alignés" .
Quelle partie de la démonstration suivante est fausse ?
(partie 1) Pour $n = 1$ et $n = 2$, la propriété est vraie.
(partie 2) Supposons la propriété établie au rang $n \geq 2$ et considérons alors n+1 points deux) deux distincts $A_1, A_2, \ldots, A_n, A_{n+1}$.
(partie 3) Par hypothèse de récurrence, les points $A_1, \ldots, A_n$ sont n points deux à deux distincts donc sont alignés sur une droite $\mathcal{D}$.
(partie 4) De même, les points $A_2, \ldots, A_{n+1}$ sont n points deux à deux distincts donc sont alignés sur une droite $\mathcal{D}'$.
(partie 5) or $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ contiennent les deux points distincts A_2 et A_n donc $\mathcal{D} = \mathcal{D}'$
(partie 6) donc les $n + 1$ point $A_1, \ldots, A_{n+1}$ sont alignes sur la droite $\mathcal{D} = \mathcal{D}'$.
La propriété est donc vraie pour tout $n \geq 2$.

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6

Question 2 Soit $x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$. Considérons la propriété suivante :
$\mathcal{P}(n)$ =" $x^n + \frac{1}{x^n} \in \mathbb{Z}$" .
La démonstration suivante est-elle valide ?
Pour $n = 1$, $x + \frac{1}{x} = \frac{x^2+1}{x} = \frac{18+6\sqrt{5}}{2(3+\sqrt{5})} = 3$ donc la propriété est vérifiée. Supposons la propriété vraie pour tout k entre 1 et n. On a :

$$\left(x^n + \frac{1}{x^n}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x^{n+1} + \frac{1}{x^{n+1}}\right) + \left(x^{n-1} + \frac{1}{x^{n-1}}\right).$$

Par hypothèse de récurrence, $\left(x^n + \frac{1}{x^n}\right) \in \mathbb{Z}$ et $\left(x^{n-1} + \frac{1}{x^{n-1}}\right) \in \mathbb{Z}$ donc $\left(x^{n+1} + \frac{1}{x^{n+1}}\right) \in \mathbb{Z}$. Par principe de récurrence, la propriété est donc vraie pour tout $n \geq 1$.

☐ oui ☐ non

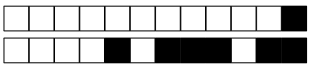
Dénombrement

Question 3 Combien y a-t-il de manières de ranger 12 pommes (toutes identiques) dans un grand frigo de 5 étages ?

☐ $\frac{12!}{7!}$ ☐ $\binom{16}{4}$ ☐ $\binom{12}{5}$ ☐ 5^{12} ☐ 12^5 ☐ $12!$

Question 4 Six élèves d'une classe doivent la représenter lors d'une compétition. Sachant qu'il y a 20 élèves dans la classe et que tous les élèves ont les mêmes compétences, combien y a-t-il de manière de choisir ces élèves?

☐ $\frac{20!}{14!}$ ☐ $\binom{20}{6}$ ☐ $6!$ ☐ 6^{20} ☐ 20^6 ☐ $\binom{26}{6}$

Question 5 Sur une promotion de 100 étudiants, il a été décidé de récompenser les dix premiers. Combien de classements différents pourrait-il exister, sachant que seuls les dix premiers comptent.

☐ 10^{100} ☐ $\frac{100!}{90!}$ ☐ 100^{10} ☐ $\binom{100}{10}$ ☐ $10!$ ☐ $\binom{110}{100}$