

# Partiel

Samedi 5 Novembre 2011

Voici le corrigé de l'exercice modélisation.

**Exercice 4** On veut faire construire une maison. La construction de la maison consiste en plusieurs tâches, chacune ayant une durée d'une ou plusieurs journées. Toute tâche doit être exécutée par l'entreprise qui en est spécialiste, et certaines des tâches peuvent commencer seulement quand certaines autres tâches (appelés ses dépendances) sont déjà terminées :

Tache	Description	Durée	Dépendances	Entreprise
1	Murs	7	—	SARL A
2	Charpente	3	1	SARL B
3	Toiture	1	2	SARL B
4	Tuyauterie	8	1	SARL A
5	Peinture Façade	2	3,4	SARL A
6	Fenêtres	1	3,4	SARL B
7	Jardin	1	3,4,	SARL B
8	Plafonds	3	1	SARL A
9	Électricité	2	6,8	SARL C
10	Peinture intérieure	1	9	SARL C

- Construire une formule en forme conjonctive normale qui est vraie si et seulement si il est possible de construire la maison en 20 jours.
- Construire une formule en forme conjonctive normale qui est vraie si et seulement si il est possible de construire la maison en 20 jours, mais avec la restriction supplémentaire qu'aucune entreprise ne peut travailler sur deux tâches à la fois.

Remarquez que pour chacun de ces deux problèmes, une solution indique quelle tâche doit commencer quel jour.

*Indication* : Il convient de noter la durée d'une tâche  $i$  par  $d(i)$ , l'ensemble des ses dépendances par  $D(i)$ , et l'entreprise spécialiste pour cette tâche par  $e(i)$ . Par exemple, on a  $d(7) = 1$ ,  $D(g) = \{3, 4\}$ , et  $e(g) = B$ .

**Correction** : On choisit comme variables

$$\{[i, j] \mid 1 \leq i \leq 10, 1 \leq j \leq 20\}$$

indiquant que la tâche  $i$  commence le jour  $j$ .

- Toute tâche doit être exécutée dans les délais, c-à-d elle doit commencer un jour, et doit se terminer avant la date butoir :

$$\bigwedge_{1 \leq i \leq 10} \bigvee_{1 \leq j \leq 20 - d(i) + 1} [i, j]$$

- Aucune tâche est faite deux fois :

$$\bigwedge_{1 \leq i \leq 10} \bigwedge_{1 \leq j \leq 19} \bigwedge_{j < k \leq 20} (\neg[i, j] \vee \neg[i, k])$$

- Aucune entreprise fait deux tâches à la fois :

$$\bigwedge_{1 \leq i_1 \leq 10} \bigwedge_{\substack{1 \leq i_2 \leq 10 \\ E(i_1) = E(i_2)}} \bigwedge_{1 \leq j_1 \leq 20} \bigwedge_{j_1 \leq j_2 \leq j_1 + d(i_1) - 1} (\neg[i_1, j_1] \vee \neg[i_2, j_2])$$

- Les dépendances entre tâches doivent être respectées : si la tâche  $i$  dépend de la tâche  $k$  alors  $k$  doit être terminée avant le début de la tâche  $i$ .

$$\bigwedge_{1 \leq i \leq n} \bigwedge_{1 \leq j \leq n} \bigwedge_{k \in D(i)} [i, j] \rightarrow \bigvee_{1 \leq l \leq j - d(i)} [k, l]$$