

Examen de la deuxième session

Lundi 22 Juin 2009

Motivez bien vos réponses. On recommande de *bien lire* l'énoncé d'un exercice avant de commencer à le résoudre. A côté de chaque exercice on donne, à titre indicatif, un barème.

Tout document est autorisé. Les téléphones portables, comme tout autre moyen de communication vers l'extérieur, doivent être éteints. Le temps à disposition est de **2.5** heures.

Exercice 1 [5 points] On rappelle que $\mathcal{V}(p)$ est l'ensemble des variables qui paraissent dans une formule p , $|\mathcal{V}(p)|$ le nombre d'éléments de $\mathcal{V}(p)$, $|p|$ la taille d'une formule p , et $|p|_()$ le nombre d'occurrences de la parenthèse ouvrante dans la formule p .

Montrer par induction que pour toute formule propositionnelle p :

$$|\mathcal{V}(p)| + 3 * |p|_() \leq |p|$$

Exercice 2 [5 points] Dire pour chacune des formules suivantes si elle est valide ou pas. Justifiez vos réponses : si vous pensez que la formule est valide donnez une preuve (en utilisant une méthode de votre choix), si vous pensez que la formule n'est pas valide donnez une affectation qui ne satisfait pas la formule.

1. $((x \rightarrow y) \rightarrow x) \rightarrow x$
2. $((y \rightarrow (x \rightarrow z)) \leftrightarrow (x \rightarrow (y \rightarrow z)))$
3. $((x \rightarrow (y \rightarrow z)) \leftrightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow z))$

Exercice 3 [5 points] Dire pour chacune des formules de Hoare suivantes si elle est valide ou pas. Justifiez vos réponses : si vous pensez que la formule est valide expliquez pourquoi, si vous pensez que la formule n'est pas valide donnez une affectation qui ne satisfait pas la formule, et expliquez pourquoi la formule n'est pas satisfaite par cette affectation.

1. $\{x \leq y\} \text{ while } x < y \text{ do } x := x - 1 \text{ od } \{x = y\}$
2. $\{y < x\} \text{ while } y < x \text{ do } x := x - 2 \text{ od } \{x = y\}$
3. $\{\text{True}\} \text{ while } x \neq y \text{ do } x := x - 3 \text{ od } \{x = y\}$

Tourner la page s.v.p.

Exercice 4 [5 points] Dire pour chacune des règles suivantes si elle est correcte ou pas. Justifiez vos réponses : si vous pensez que la règle est correcte expliquez pourquoi, si vous pensez que la règle n'est pas correcte donnez une instance de la règle qui n'est pas correcte, et expliquez pourquoi cette instance n'est pas correcte.

1.

$$\frac{\{p\} S_1; S_2 \{q\}}{\{p\} S_2; S_1 \{q\}}$$

2.

$$\frac{\{p\} \text{ while } i > 0 \text{ do } S_1 \text{ od } \{q\} \quad \{p\} \text{ while } i > 0 \text{ do } S_2 \text{ od } \{q\}}{\{p\} \text{ while } i > 0 \text{ do } S_1 \text{ od; while } i > 0 \text{ do } S_2 \text{ od } \{q\}}$$

3.

$$\frac{\{p\} \text{ while } q \text{ do } S \text{ od } \{q\}}{\{p\} \text{ while } q \text{ do } S \text{ od } \{p\}}$$