

Contrôle continu - durée : 1 heures

Les documents, calculatrices et téléphones sont interdits.

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{Z} l'équation $x^2 \equiv 4 [n]$ pour $n = 5$, $n = 7$ puis $n = 35$

Exercice 2. avec $k \in \mathbb{N}$.

1. Déterminer l'ordre du groupe $(\mathbb{Z}/34\mathbb{Z})^*$ et donner la liste de ses éléments.
2. Calculer l'ordre de 3 dans $(\mathbb{Z}/34\mathbb{Z})^*$.
3. Montrer que $(\mathbb{Z}/34\mathbb{Z})^*$ est cyclique.
4. En utilisant les résultats précédents résoudre l'équation $x^{12} = 1$ dans $(\mathbb{Z}/34\mathbb{Z})^*$.
5. Combien $(\mathbb{Z}/34\mathbb{Z})^*$ contient-il d'éléments d'ordre 12? d'ordre 4?

Exercice 3. Soit $n > 1$ un entier et a un élément de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ vérifiant $a^2 + 1 = 0$. Montrer que $a \in (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$ et calculer son ordre.

Ex 1

$$x^2 \equiv 4 [5] \quad x^2 \equiv 4 [7] \quad x^2 \equiv 4 [35]$$