

Les documents ne sont pas autorisés. Le barème est seulement donné à titre indicatif. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation : soyez le plus clair et le plus concis possible !

Les langages considérés seront sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ .

**Exercice 1** (2 points)

1. Donner l'ensemble des mots de taille 5 de  $\mathcal{L}((aa + bb)^*(a + b))$ .
2. Donner le plus petit mot contenu dans  $\mathcal{L}((ab + ba)^*(aa)^*)$  mais pas dans  $\mathcal{L}(a(aa + bb)^*)$ .

**Exercice 2** (3 points)

Pour  $k \in \mathbb{N}$ ,  $k \geq 2$ , soit  $L_k$  l'ensemble des mots dont la longueur est multiple de  $k$ .

1. Donner un automate déterministe  $A_2$  pour  $L_2$  et un automate déterministe  $A_3$  pour  $L_3$ .
2. En effectuant le produit des automates  $A_2$  et  $A_3$ , donner un automate pour le langage  $L_6$ .

**Exercice 3** (4 points)

Soit  $L$  le langage des mots qui contiennent le facteur  $baa$  et qui se terminent par  $aa$  (par exemple, les mots  $baa$  et  $aabaaaa$  sont dans  $L$ , tandis que  $baab$  et  $aaa$  n'y sont pas).

1. Soit  $u \in \Sigma^*$ . Montrer que  $u \in L$  ssi  $u$  contient  $b$  et se termine par  $aa$ .
2. Donner une expression rationnelle pour  $L$ .
3. Donner un automate fini non déterministe  $A$  à 4 états pour  $L$ .
4. Déterminiser  $A$ .

**Exercice 4** (5 points)

Montrer que les langages suivants ne sont pas reconnaissables :

1.  $L_1 = \{a^n b^m \mid m = n^2\}$ ;
2.  $L_2 = \{a^n b^m \mid m \neq 3n\}$ .

**Exercice 5** (6 points)

Soit  $e$  l'expression rationnelle  $b(aa + b)^*b$ .

1. Grâce à l'algorithme de Glushkov, trouver un automate fini non déterministe pour  $\mathcal{L}(e)$ .
2. Même question avec l'algorithme de Thompson.
3. Trouver un automate fini non déterministe  $A$  pour  $\mathcal{L}(e)$  à seulement 4 états.
4. En appliquant la méthode utilisant le lemme d'Arden, trouver une expression rationnelle  $e'$  pour  $\mathcal{L}(A)$ .
5. Même question avec l'algorithme de Brzozowski et McCluskey.