Les documents ne sont pas autorisés. Le barème est seulement donné à titre indicatif. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation : soyez le plus clair et le plus concis possible !

On rappelle au besoin la version « forte » du lemme de l'étoile. Si L est un langage reconnaissable : il existe $N \in \mathbb{N}$ tel que pour tous mots u, v, w, si $|v| \geq N$ et $uvw \in L$ alors

$$\exists v_1, v_2, v_3 \text{ où } \begin{cases} v = v_1 v_2 v_3 \\ \text{et } v_2 \neq \varepsilon \end{cases} \quad \text{tels que } \forall k \in \mathbb{N}, u v_1 {v_2}^k v_3 w \in L.$$

Sauf mention contraire, les langages considérés seront sur l'alphabet $\{a, b\}$.

Exercice 1 *(6 points)*

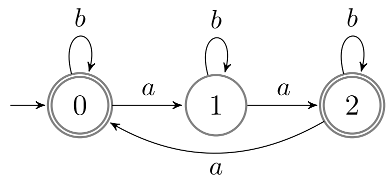
Soit L le langage sur l'alphabet $\{0, 1\}$ décrit par l'expression rationnelle suivante :

$$(0+1)^\star 1(0+1)(0+1).$$

1. Donner un automate fini non déterministe à 4 états (sans ε-transitions) pour L.
2. Déterminiser cet automate.

Exercice 2 *(4 points)*

Soit L le langage reconnu par l'automate suivant.



1. Décrire L en français.
2. Donner l'expression rationnelle la plus simple possible pour L.

Exercice 3 *(4 points)*

Le langage L suivant est-il reconnaissable ?

$$L = \{aba^2b^2a^3b^3 \cdots a^ib^i \mid i \in \mathbb{N}\}$$

Si oui, donner un automate le reconnaissant, sinon montrer qu'il n'en existe pas.

Exercice 4 *(6 points)*

Soit L_1 et L_2 les langages décrits respectivement par les deux expressions rationnelles suivantes :

$$(aa)^\star + (bb)^\star \quad \text{et} \quad (aaa)^\star aa.$$

1. Donner des automates déterministes (avec le moins d'états possible) pour L_1 et pour L_2.
2. En suivant la construction du cours pour la concaténation, en déduire un automate non déterministe (sans ε-transitions) pour $L_1 \cdot L_2$.