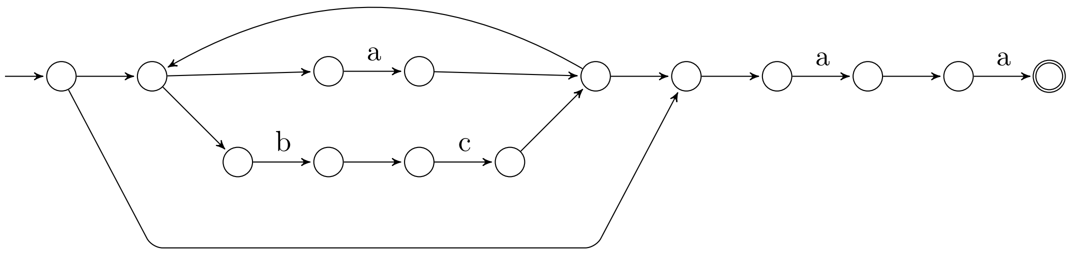
Langages et Applications (LA3)

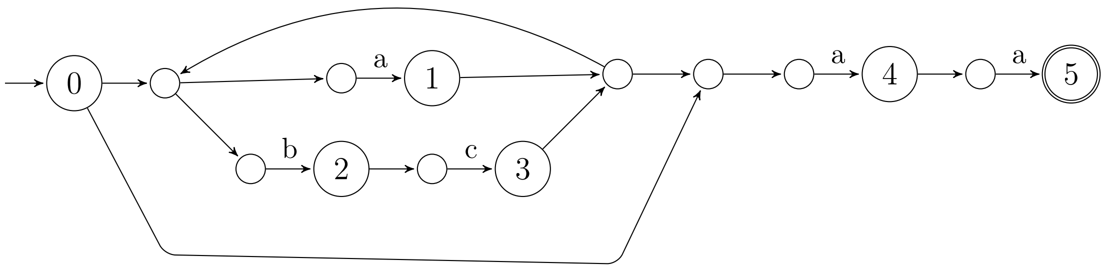
CC2

Exercice 1 : Algorithme de Thompson

1. En utilisant l'algorithme de Thompson, construisez un automate qui reconnait le langage $L_1 = (a + bc)^* a^2$:



2. Supprimez les ϵ-transitions de l'automate ainsi obtenu.
   On comence par numéroter l'état initial, et les état pointés par une lettre :

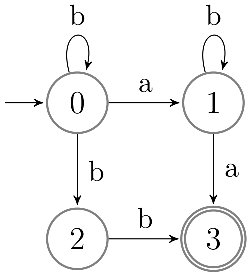


L'automate obtenu en supprimant les ϵ-transitions est doné par la table de transitions suivante, avec comme état initial 0 et comme état final 5.

	a	b	c
0	1,4	2	
1	1,4	2	
2			3
3	1, 4	2	
4	5		
5			

Exercice 2 : Lemme d'Arden

En utilisant le Lemme d'Arden, décrivez sous forme d'expression rationnelle le langage reconnu par l'automate $\mathcal{A}_1$.



Automate $\mathcal{A}_1$

On obtien le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} L_0 = bL_0 + aL_1 + bL_2 \\ L_1 = bL_1 + aL_3 \\ L_2 = bL_3 \\ L_3 = \epsilon \end{cases}$$

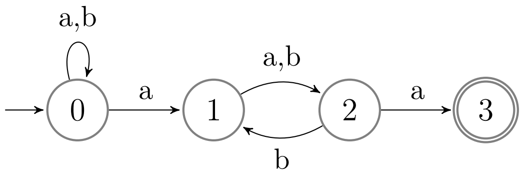
En remplaçant L_3 et L_2 par leurs expressions, on obtient :

$$\begin{cases} L_0 = bL_0 + aL_1 + b^2 \\ L_1 = bL_1 + a \end{cases}$$

En appliquant le Lemme d'Arden à L_1 on obtient : $L_1 = b^*a$. Donc $L_0 = bL_0 + ab^*a + b^2$, et en appliquant le Lemme d'Arden, $L_0 = b^*(ab^*a + b^2)$.

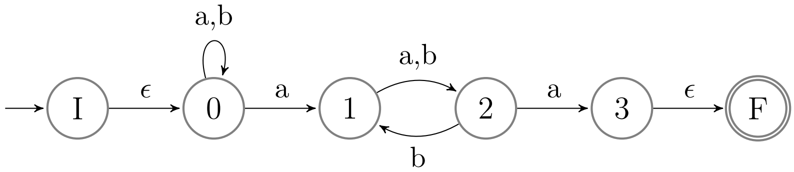
Exercice 3 : Algorithme de Brozozwski

En utilisant l'algorithme de Brozozwski, décrivez sous forme d'expression rationnelle le langage reconnu par l'automate $\mathcal{A}_3$:

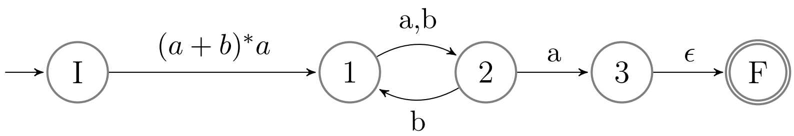


Automate $\mathcal{A}_3$

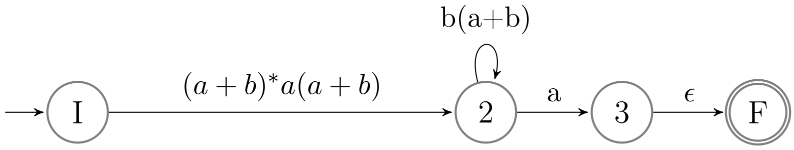
On commence par rajouter un nouvel état initial et un nouvel état final :



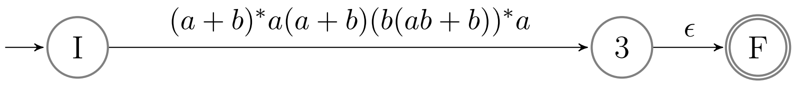
Après suppression de l'état 0, on obtient :



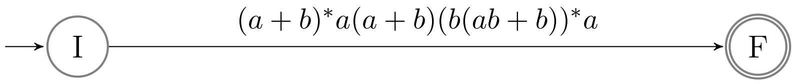
Après suppresion de l'état 1 :



Après suppression de l'état 2 :



Et enfin après suppression de l'état 3 :



Donc le langage reconnu par l'Automate $\mathcal{A}_3$ est le langage $(a+b)^*a(a+b)(b(ab+b))^*a$.

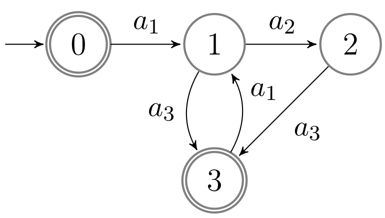
Exercice 4 : Glushkov

En utilisant l'algorithme de Glushkov, construisez un automate qui reconnait le langage $L_3 = (a(b+\epsilon)a)^*$.

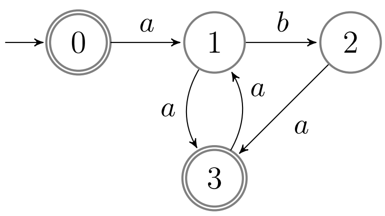
On commence par linéariser le langage, on obtient $L'_3 = (a_1(a_2+\epsilon)a_3)$. On constate que :

- Un mot de L'_3 commence toujours par a_1.
- Un mot de L'_3 termine toujours par a_3.
- Les sous mots de longueur 2 d'un mot de L'_3 sont a_1a_2, a_1a_3, a_2a_3 et a_3a_1.
- Le mot vide est dans L'_3.

Donc l'automate suivant reconnait L'_3 :

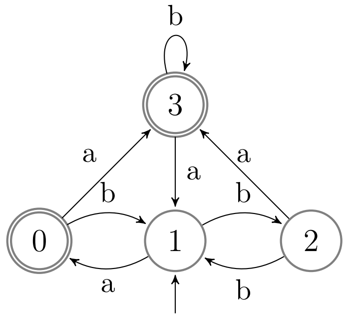


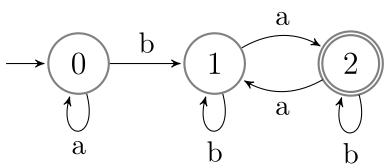
Et finalement l'automate suivant reconnait L_3 :



Exercice 5 : Intersection, Union

Construire les automates reconnaissant l'union et l'intersection des langages reconnus par ces deux automates :





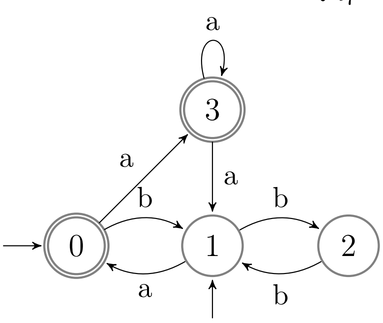
Automate $\mathcal{A}_5$ Automate $\mathcal{A}_6$

L'union et l'intersection des deux automates sont toutes les deux données par la table de transition suivante, avec pour état initial 10. Les états finaux de l'intersection sont 02 et 32, et les état finaux de l'union sont : 00, 01, 02, 30, 31, 32, 12 et 22.

	a	b
10	00	21
00	30	11
21	32	11
30	10	31
11	02	21
32	11	32
31	12	31
02	31	12
12	01	22
01	32	11
22	31	12

Exercice 6 : Déterminisation

Déterminisez l'automate $\mathcal{A}_7$.



Automate $\mathcal{A}_7$

Le déterminisé de $\mathcal{A}_7$ est donné par la table de transitions suivante. L'état initial est l'état $(0,1)$ et les états finaux sont les états $(0,1)$, $(0,3)$, $(1,3)$, 0, $(0,1,3)$ et 3.

	a	b
0,1	0,3	1,2
0,3	1,3	1
1,2	0	1,2
1,3	0,1,3	2
1	0	2
0	3	1
0,1,3	0,1,3	1,2
2		1
3	1,3	