Université Paris 7-Denis Diderot
L2
Automates finis
AF4

Examen du 12 mai 2014
— Durée 3 h —
tous documents autorisés

Avertissement : Les exercices sont indépendants.

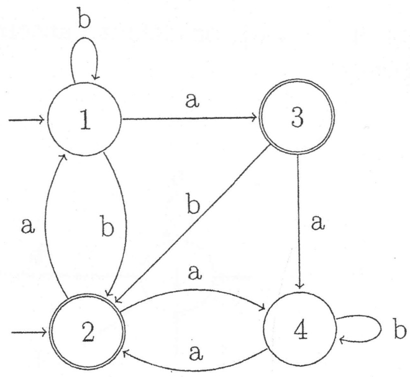
Exercice 1 :

On considère sur l'alphabet $A = \{a, b\}$ les langages définis par expressions rationnelles : $L = (ab + ba)^*(a^*aa + b^*bb)^*$ et $M = (a^*aa + b^*bb)^*$.

Question 1 : Calculer avec soin tous les résiduels de M et de L (on détaillera les calculs en les présentant de façon claire et précise).

Question 2 : En déduire l'automate fini déterministe et complet minimal reconnaissant L.

Exercice 2 :



On considère l'automate fini :

Question 1 : Déterminiser cet automate.

Question 2 : Si L le est le langage reconnu par cet automate, calculer par la méthode de Mac Naughton et Yamada une expression rationnelle de L (on détaillera les calculs en les présentant de façon claire et précise).

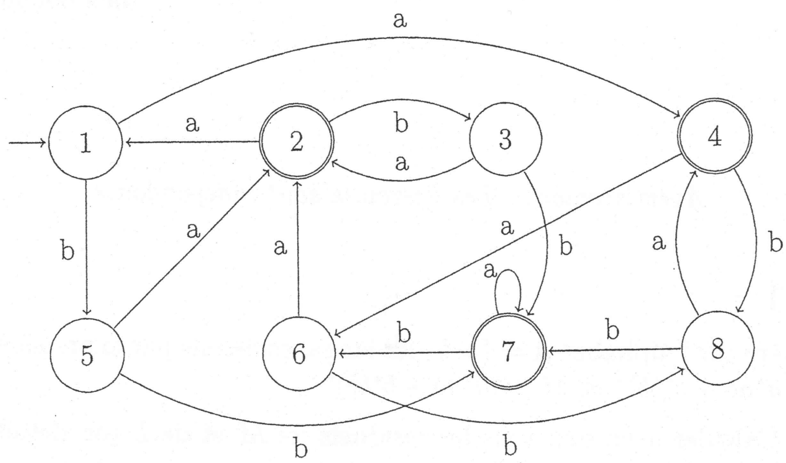
Exercice 3 :

On considère l'expression rationnelle : $(aba + bb)^*(aa + bab)^*$

Question : En utilisant l'algorithme de Glushkov, donner un automate fini qui reconnaît le langage décrit par cette expression rationnelle.

Exercice 4 :

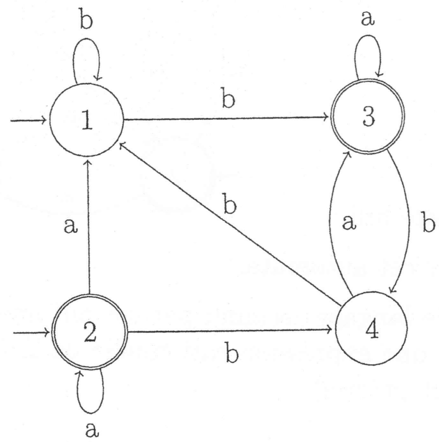
On considère l'automate fini :



Question : Calculer l'équivalence de Nérode associée à cet automate. En déduire l'automate minimal qui reconnaît le même langage.

Exercice 5 :

Sur l'alphabet $A = \{a, b\}$, on définit l'automate fini $\mathcal{A} =< A, Q, \delta, D, F >$ ayant pour représentation sagittale :



et soit L le langage reconnu par cet automate.

Question 1 : Construire le système $\mathcal{S}$ d'équations linéaires droites correspondant.

Question 2 : Résoudre ce système $\mathcal{S}$, et en déduire une expression rationnelle de L (on détaillera les calculs en les présentant de façon claire et précise).

Exercice 6 :

On considère l'expression rationnelle : $(aa)^*(bb)^*(ab+ba)^*$

Question : En utilisant la méthode de Thompson, donner un automate fini généralisé qui reconnaît le langage décrit par cette expression rationnelle, et supprimer ses ε-transitions pour donner un automate fini qui reconnaît ce langage.

Exercice 7 :

Soit l'alphabet $A = \{a, b\}$. Montrer que le langage $L = \{a^n b^p \mid n \leq 2p \text{ et } p \leq 2n\}$ n'est pas reconnaissable.

Exercice 8 :

Donner un algorithme qui résout le problème :

Donnée : Deux expressions rationnelles E_1 et E_2 et un entier k
Question : les langages L_1 et L_2 décrits par E_1 et E_2 ont-ils au moins k mots en commun ?