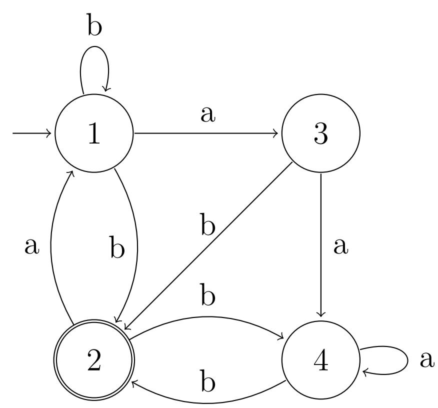
Université Paris 7-Denis Diderot
L2
Automates finis

Examen du 21 juin 2011
— Durée 3 h —
tous documents manuscrits autorisés

Avertissement : Les exercices sont indépendants.

Exercice 1

On considère l'automate fini :



Soit L le langage reconnu par cet automate.

Question 1 : Déterminiser cet automate.

Question 2 : Calculer par la méthode de Mac Naughton et Yamada une expression rationnelle de L.

Exercice 2

Sur l'alphabet $A = \{a, b\}$ on considère le langage $L = a^*(ab)^*b^*$. Donner une expression rationnelle de son complémentaire $\overline{L}$.

Exercice 3

Donner un algorithme qui résout le problème :

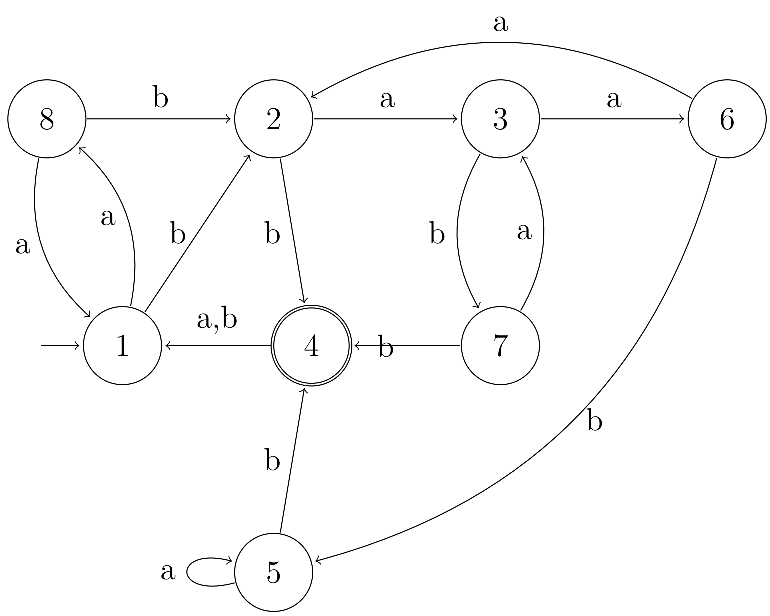
Donnée : un automate fini $\mathcal{A}$
Question : le langage L reconnu par $\mathcal{A}$ est-il infini ?

L'utiliser pour donner un algorithme qui résout le problème :

Donnée : 2 expressions rationnelles E_1 et E_2
Question : les langages L_1 et L_2 décrits respectivement par E_1 et E_2 diffèrent-ils par un nombre infini de mots ?

Exercice 4

On considère l'automate fini :



Question : Calculer l'équivalence de Nérode associée à cet automate. En déduire l'automate minimal qui reconnaît le même langage.

Exercice 5

On considère sur l'alphabet $A = \{a, b\}$ le langage L décrit par l'expression rationnelle : $(a+b)^*a(a+b)^*a + (a+b)^*b(a+b)^*b$.

Question 1 : Calculer les résiduels de L.

Question 2 : En déduire l'automate minimal reconnaissant L.

Question 3 : Calculer le monoïde syntaxique de L. *(rappel : c'est le monoïde de transitions de l'automate minimal)*.

Question 4 : Donner la table de multiplication de ce monoïde.