

Les documents ne sont pas autorisés. Le barème est seulement donné à titre indicatif. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation : soyez le plus clair et le plus concis possible !

Les langages considérés seront sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

Exercice 1 (3 points)

Soit $L_1 = \mathcal{L}(a(aa)^*b^*)$ et $L_2 = \mathcal{L}((a + bb)^*)$.

1. Donner le plus petit mot contenu dans les langages suivants :
 - (a) L_1 ;
 - (b) L_2 ;
 - (c) $L_1 \cap L_2$;
 - (d) $(L_1 \cap L_2)^*$.
2. Donner l'ensemble des mots de taille 5 de $L_1 \cup L_2$.

Exercice 2 (6 points)

Soit L_1 le langage des mots contenant le facteur ab , et L_2 le langage des mots ayant bb comme préfixe.

1. Donner une expression rationnelle pour L_1 et pour L_2 .
2. Donner un automate non déterministe A_1 à 3 états pour L_1 .
3. Déterminer A_1 pour obtenir un automate déterministe à 4 états pour L_1 .
4. Trouver un automate déterministe A'_1 équivalent à A_1 mais à seulement 3 états.
5. Donner un automate déterministe A_2 à 3 états pour L_2 .
6. Donner une description en français du langage $L_1 \cap L_2$.
7. En effectuant le produit des automates A'_1 et A_2 , donner un automate déterministe pour le langage $L_1 \cap L_2$.
8. Donner un automate non déterministe à 6 états pour $L_1 \cup L_2$.

Exercice 3 (6 points)

Soit e l'expression rationnelle $a^*(ab + ba)^*$ et L le langage qu'elle décrit.

1. Grâce à l'algorithme de votre choix, trouver un automate fini non déterministe pour L . Donner le nom de l'algorithme et détailler les étapes d'exécution.
2. Trouver un automate fini non déterministe A avec une ε -transition et seulement 4 états pour L .
3. Éliminer l' ε -transition de A pour obtenir un automate fini non déterministe A' à 4 états pour L .
4. En appliquant l'algorithme de votre choix, trouver une expression rationnelle e' pour $\mathcal{L}(A')$. Donner le nom de l'algorithme et détailler les étapes d'exécution. Que dire des expressions e et e' ?

Exercice 4 (5 points)

Soit L le langage des mots se terminant par aa .

1. Donner une expression rationnelle pour L .
2. Donner un automate pour cL (le complémentaire de L , noté aussi \bar{L}). Expliquez et justifiez votre démarche.
3. Donner une expression rationnelle pour cL . Expliquez et justifiez votre démarche (vous pouvez vous servir de la question 2).