Partiel AAL3 2019

Exercice 1

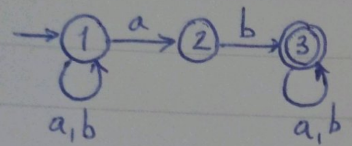
1. (a). le plus petit mot de L_1 est a

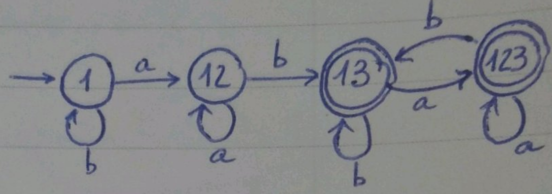
(b) ε (c) a (d) ε

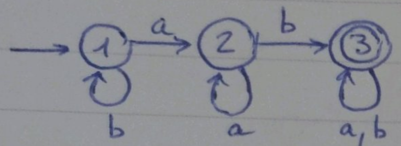
2. $\{ a^5, a^3b^2, ab^4, a^2b^2a, ab^2a^2, b^2a^3, b^2ab^2, b^4a \}$.

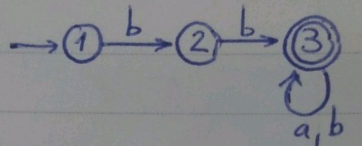
Exercice 2

1. $L_1 = \mathcal{L}((a+b)^*ab(a+b)^*)$ $L_2 = \mathcal{L}(bb(a+b)^*)$

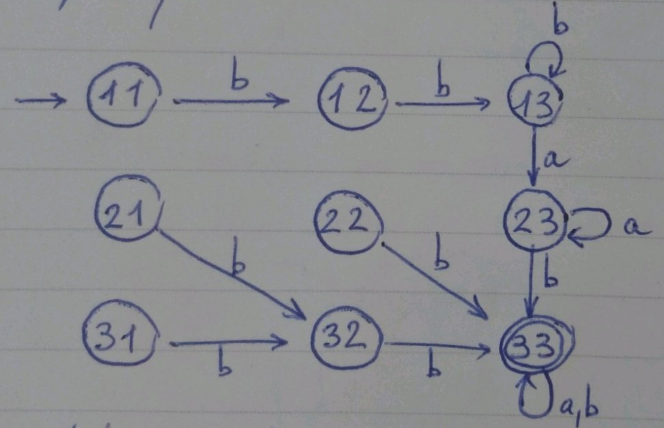
2. 

3. 

4. 

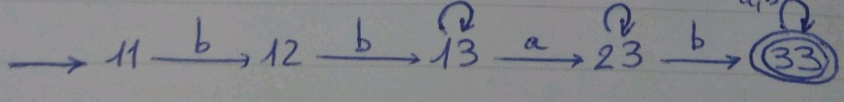
5. 

6. $L_1 \cap L_2$ est l'ensemble des mots contenant ab comme facteur et commençant par bb.

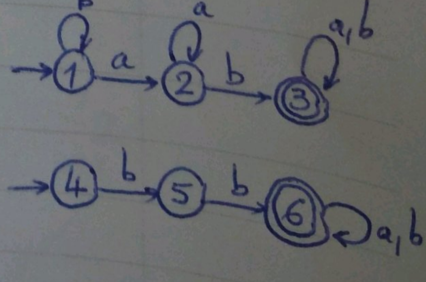
7. 

(pour l'intersection il n'est pas nécessaire de compléter les automates au préalable)

Certains états ne sont pas accessibles, on peut simplifier l'automate ainsi :



8. Il suffit de réunir les deux AF du 4. et du 5. :
(il y a donc deux états initiaux)
et deux états terminaux



Exercice 3

1. On peut utiliser Glushkov ou Thompson

(a) Avec Glushkov : • linéarisation $\underset{a}{x_1}^*(\underset{a}{x_2}\underset{b}{x_3}+\underset{b}{x_4}\underset{a}{x_5})^*$

• Tableau des successeurs :

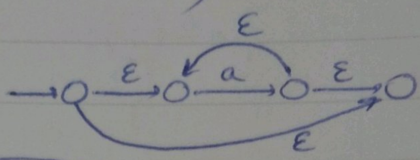
0	1, 2, 4, ε
1	1, 2, 4, ε
2	3
3	2, 4, ε
4	5
5	2, 4, ε

Transitions :

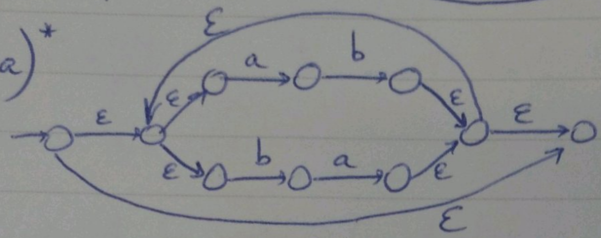
	a	b
⇄0	1, 2	4
←1	1, 2	4
2		3
←3	2	4
4	5	
←5	2	4

Ce qui donne un AFND à 6 états (numérotés 0 à 5)

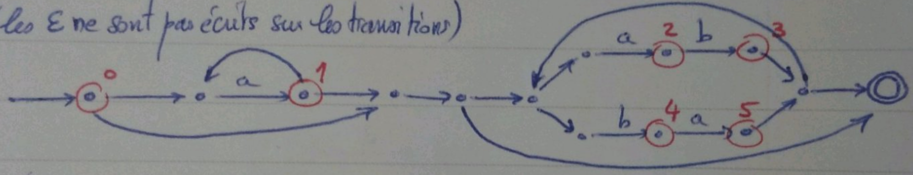
(b) Avec Thompson : • pour a^* :



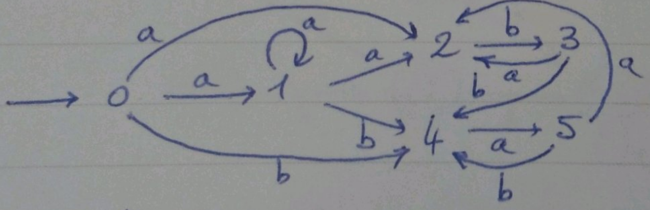
• pour $(ab+ba)^*$



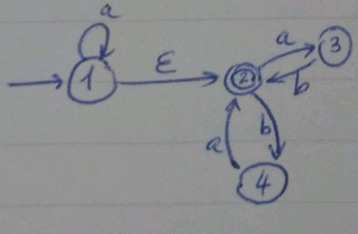
• au total : (les ε ne sont pas écrits sur les transitions)



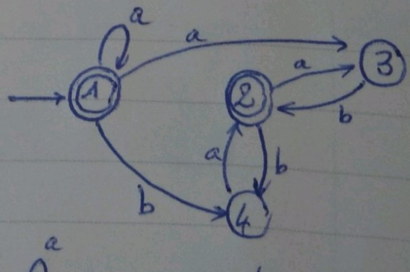
• suppression des ε-transitions : on ne garde que les états en rouge et on considère leur clôture ε. On obtient (tous les états sont acceptants) :



2.

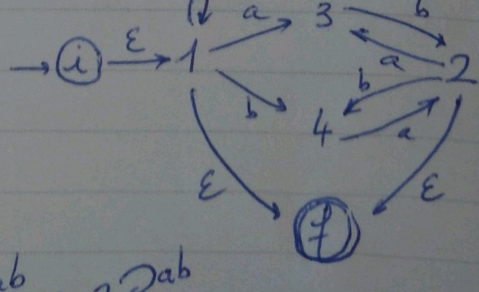


3.

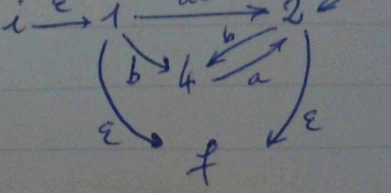


(transitions de 1 vers les successeurs de 2)

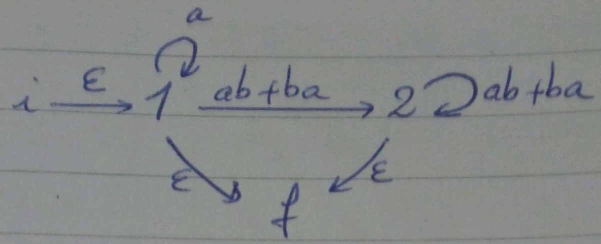
4. Brzozowski-McCluskey :



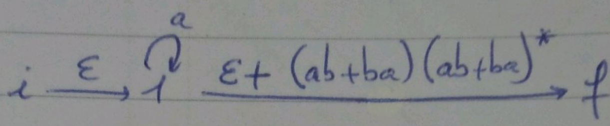
Elimination de 3 :



Elimination de 4 :



Elimination de 2 :

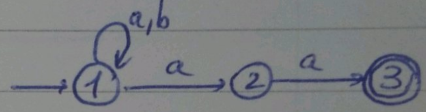


Elimination de 1 : $i \xrightarrow{a^*(\varepsilon + (ab+ba)(ab+ba)^*)} f$

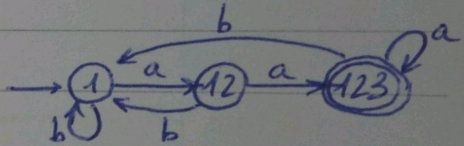
L'expression e' obtenue est équivalente à e puisqu'il s'agit d'une expression pour $\mathcal{L}(A') = L = \mathcal{L}(e)$.

Exercice 4 1. $L = \mathcal{L}((a+b)^* aa)$

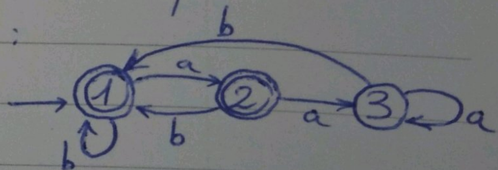
2. On donne d'abord un AFND pour L :



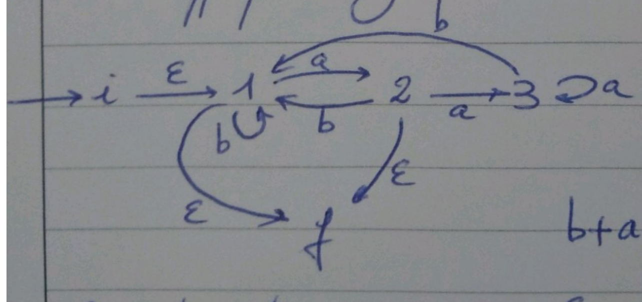
Il faut le déterminiser avant de le complementer.



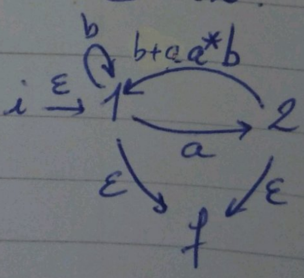
Cet automate est déterministe et complet, on obtient un AFD pour le complémentaire en inversant les états terminaux :



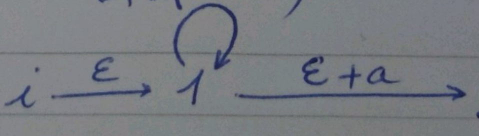
3. (a) On applique l'algorithme de Brzozowski-McCluskey sur l'AFD du 2.



élimination de 3 :



Elimination de 2 :



Elimination de 1 : $i \xrightarrow{(b+a(b+aa^*b))^*(\varepsilon+a)} f$

(b) Autre méthode : ^cL est l'ensemble des mots se terminant par b ou ba (ou vide) ou a.
Donc $^cL = \mathcal{L}(\varepsilon + a + (a+b)^*b + (a+b)^*ba)$