

Durée 3 heures. Les documents et les appareils électroniques de toutes sortes ne sont pas autorisés.

Exercice 1 :

Quand Pierre et Jean s'affrontent au tennis, ils tirent à pile ou face pour savoir qui va servir le premier. Quand Pierre sert, il passe 70% de premières balles et 90% de secondes balles, et quand Jean sert, il passe 75% de premières balles et 85% de secondes balles.

Question 1 : Quelle est la probabilité que le match commence par une double faute ?

Question 2 : Sachant que le match n'a pas commencé par une double faute, quelle est la probabilité que Pierre ait servi ?

Question 3 : Sachant que le match n'a pas commencé par une double faute, quelle est la probabilité que le premier service ait été bon ?

Exercice 2 :

On effectue 4 fois une expérience aléatoire dans des conditions identiques, et on associe à chacune une variable aléatoire X_i (pour $1 \leq i \leq 4$) d'espérance 5 et de variance 2.

Question 1 : Quelle est l'espérance de la variable aléatoire $X = \sum_{1 \leq i \leq 4} X_i$? Quelle est sa variance ? (On n'oubliera pas de justifier ses réponses).

Question 2 : Minorer $P(17 < X < 23)$.

Exercice 3 :

Une société fabrique des réveils. Certains ont des défauts : 3% ont des défauts mécaniques, et 4% ont des défauts d'aspects. Les réveils qui présentent simultanément les 2 types de défauts sont en proportion de 1%.

Question 1 : Les événements "le réveil a défaut mécanique" et "le réveil a défaut d'aspect" sont-ils indépendants ?

Si un réveil a un problème mécanique, il est vendu moitié prix, s'il a un défaut d'aspect, il est vendu au 3/4 de son prix, et il est invendable s'il possède les 2 types de défauts.

Question 2 : Quelle est l'espérance du produit de la vente faite d'un lot de 100 réveils pris sur la chaîne de production ?

Exercice 4 :

Dans une urne, il y a 4 boules blanches et 6 boules noires, toutes indiscernables au toucher. On retire 3 boules au hasard.

Question 1 : Calculer la probabilité d'avoir tiré des boules toutes de la même couleur.

On retire maintenant une nouvelle boule de l'urne.

Question 2 : Calculer la probabilité que celle-ci soit de la couleur majoritaire lors du premier tirage.

Question 3 : Quelle est la probabilité d'avoir tiré au total deux boules blanches et deux noires ?

Exercice 5 :

On lance 10 dés réguliers, et on retire tous ceux qui portent le nombre 6. On recommence avec les dés restants, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ne reste plus de dés. Soit Y_i le nombre de dés restants après le i -ème lancer.

Question 1 : Que vaut $P(Y_1 = 6)$? Que vaut $P(Y_2 = 5)$?

L'un des dés est rouge, les autres blancs. Soit X le nombre de lancers de dés qu'il faut effectuer pour éliminer le dé rouge.

Question 2 : Calculer $P(X \leq i)$. Donner la loi de probabilité de X .

Question 3 : Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

Soit Z le nombre de lancers de dés qu'il faut effectuer pour éliminer tous les dés.

Question 4 : Calculer $P(Z \leq i)$ et $E(Z)$.