Exercice 1 Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

1. Obtenir un nombre premier en lançant un dé honnête.
2. Obtenir au moins une fois face en lançant deux fois une pièce honnête.
3. Obtenir, en tirant une seule carte dans un jeu de 52 cartes, soit un as, soit le 9 de $\diamond$, soit le 2 de $\spadesuit$.
4. Obtenir, en tirant une seule carte dans un jeu de 52 cartes, une figure de $\spadesuit$.
5. Obtenir un total de 7 points en lançant deux dés honnêtes.

Exercice 2 Une classe est composée de 10 garçons dont 5 étudient l'anglais et de 20 filles dont 8 étudient l'anglais. On choisit un élève au hasard. On note G l'évènement "être un garçon", F l'évènement "être une fille" et A l'évènement "étudier l'anglais".

1. Calculer $P_G(A)$, $P_F(A)$, $P_A(G)$ et $P_A(F)$.
2. Étudier l'indépendance de A et F .
3. Étudier l'indépendance de G et F .

Exercice 3 On considère deux populations disjointes d'individus Ω_1 et Ω_2 de taille respective $N_1 = 65$ et $N_2 = 85$. Ces individus se répartissent selon deux caractères :

Ω_1	homme	femme
fumeur	10	20
non fumeur	30	5

Ω_2	homme	femme
fumeur	50	10
non fumeur	10	15

1. On choisit une personne au hasard de Ω_1 . Étudier l'indépendance des événements A : "la personne est une femme" et B : "la personne est fumeuse".
2. Même question si la personne est tirée dans Ω_2 .
3. Même question si la personne est tirée dans $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$. Commenter.

Exercice 4 Un grossiste est approvisionné par trois marques M_1 , M_2 et M_3 . La moitié de son stock provient de M_1 , un huitième de M_2 et trois huitièmes de M_3 . Dans ce stock, 13% des produits de M_1 , 5% de ceux de M_2 et 10% de ceux de M_3 ont été reconditionnés. On choisit au hasard un produit dans ce stock.

1. Quelle est la probabilité qu'il vienne de M_3 ?
2. Quelle est la probabilité qu'il soit reconditionné sachant qu'il provient de M_2 ?
3. Quelle est la probabilité qu'il ne soit pas reconditionné ?
4. Après examen, on s'aperçoit qu'il s'agit d'un produit reconditionné. Quelle est la probabilité qu'il provienne de M_1 ?

Exercice 5 Le problème de Monty Hall de type (k, p) est le suivant. Le présentateur d'un jeu télé propose au candidat de choisir une parmi p portes : k d'entre elles cachent une voiture, les $p - k$ autres une chèvre. Une fois que le candidat désigne une porte, le présentateur ouvre une des $p - 1$ autres portes et lui montre qu'elle cache une chèvre. Ensuite, il lui offre l'opportunité de changer son choix.

1. Étudier le problème de type $(1, 3)$ en utilisant les probabilités conditionnelles.
2. Étudier le problème de type $(2, 5)$ par une méthode au choix.