EXAMEN SESSION 2	PF1	12/06/2019 12^{15}–14^{45}

aucun document – aucune machine

quatre exercices indépendants – barème indicatif

Lorsque des calculs sont nécessaires, il est impératif de les présenter sur la feuille d'examen. La qualité de la rédaction et la clarté de la présentation seront prises en compte dans la notation : les réponses devront être ***précises*** *et* ***argumentées****.*

Exercice 1 (5 points)

1. Donner l'écriture de $(\mathtt{972})_{10}$ en base 2 puis en base 8.
2. Donner l'écriture de $(\mathtt{0,06125})_{10}$ en base 2.
3. Pour quelles valeurs de r l'expression suivante est-elle vraie ?

$$(\mathtt{123})_r + (\mathtt{155})_r = (\mathtt{311})_r$$

4. Pour quelles valeurs de X et Y l'expression suivante est-elle vraie ?

$$(\mathtt{X567})_8 + (\mathtt{2YX5})_8 = (\mathtt{71YX})_8$$

5. En précisant à chaque fois si le résultat peut être considéré comme correct dans l'arithmétique ordinaire, poser puis effectuer le calcul $\mathtt{00010000} + \mathtt{11010110}$, dans la représentation signée en complément à 2 sur 8 bits, et poser puis effectuer le calcul $\mathtt{111011} + \mathtt{100100}$, dans la représentation signée en complément à 2 sur 6 bits.

Exercice 2 (6 points)

1. Considérons un texte sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ avec les fréquences suivantes : $f_a = 0.5$, $f_b = 0.26$, $f_c = 0.11$, $f_d = 0.04$, $f_e = 0.04$, $f_f = 0.03$ et $f_g = 0.02$.
   (a) Construire l'arbre de Huffman correspondant. Prendre soin de préciser le poids de chaque nœud, la valeur associée à chaque feuille et l'étiquette associée à chaque arc.
   (b) À partir de cet arbre, trouver le code de Huffman associé.
   (c) Calculer la longueur moyenne du codage de chaque symbole dans le texte et la comparer avec la longueur du codage de chaque symbole dans le texte si on utilise un codage de l'alphabet Σ en mots binaires de longueur fixe.
2. Pour chacun des deux codes binaires suivants, dire si le code $\mathcal{C}_i$ peut être un code de Huffman. En cas de réponse négative, expliquer pourquoi le code $\mathcal{C}_i$ ne peut pas être un code de Huffman. En cas de réponse positive, proposer une distribution de fréquences de symboles dont le code de Huffman est le code $\mathcal{C}_i$.
   (a) Code $\mathcal{C}_1 = \{0, 10, 111, 101\}$ sur l'alphabet $\Sigma_1 = \{a, b, c, d\}$.
   (b) Code $\mathcal{C}_2 = \{1, 000, 001, 010, 011\}$ sur l'alphabet $\Sigma_2 = \{a, b, c, d, e\}$.

Exercice 3 (4 points)

Le code H53 est composé de cinq chiffres binaires $x_4x_3x_2x_1x_0$ dont les trois derniers chiffres sont des chiffres de contrôle qui sont calculés de la manière suivante : $x_2 = x_4$, $x_1 = x_3$ et $x_0 = (x_4 + x_3) \bmod 2$.

1. Écrire les quatre mots de code H53.
2. Calculer la distance de Hamming du code H53.
3. Combien d'erreurs le code H53 permet de détecter ? Combien d'erreurs le code H53 permet de corriger ?
4. Écrire, en Java, une fonction `h53` qui reçoit un tableau a de deux chiffres binaires en argument et qui renvoie un tableau de cinq chiffres binaires correspondant au mot du code H53 qui commence par les deux chiffres $a[0]$ et $a[1]$.

Exercice 4 (5 points)

Nous voulons réaliser un circuit qui permet de calculer, à partir d'un nombre e représenté en binaire sur 4 bits non-signé $e_3e_2e_1e_0$, la fonction booléenne f qui vaudra 1 si "$e > 0$ et e est un nombre premier ou divisible par 3" et 0 sinon.

1. Donner la table de vérité pour la fonction f. (Rappelez-vous que 1 n'est pas un nombre premier.)
2. À partir de la table de vérité, donner sous forme normale disjonctive la formule correspondant à la fonction f.
3. Donner la table de Karnaugh pour la fonction f.
4. À l'aide de cette table de Karnaugh, simplifier la fonction f.
5. À partir de la fonction simplifié, dessiner le circuit qui calcule f à l'aide de portes à deux entrées uniquement.