

Principes de fonctionnement des machines binaires

Durée : 3h. Les documents et les appareils électroniques de toutes sortes ne sont pas autorisés.

Toutes vos réponses doivent être justifiées. Les exercices sont indépendants, et peuvent être traités dans un ordre quelconque. Il est demandé de traiter tous les exercices de la partie obligatoire, et deux exercices au choix parmi les exercices de la partie avec choix.

Partie obligatoire

Exercice 1 :

Question 1.1 : Soit le nombre dont la représentation en base 10 est 5137. Donner ses représentations dans les bases 2, 4, 8, 16. Parmi les types entiers de Java, lesquels permettent de le stocker sans perte ?

Question 1.2 : On considère maintenant -5137. Quel est le plus petit type Java permettant sa représentation sans perte ? Donner cette représentation. Comment peut-on ensuite obtenir la représentation de -5137 dans les types Java plus grands ?

Question 1.3 : Soit le nombre dont la représentation en base 10 est 27837. Parmi les trois propositions suivantes, retrouver quel est son codage en tant que `short` Java, en expliquant pourquoi il n'est pas nécessaire de mener tous les calculs.

1. 1010100110011101
2. 0110110010111101
3. 0110101100110110

Question 1.4 : Soit x le nombre dont la représentation hexadécimale est 1AE2B67F1C0. Donner une valeur approchée de x sous forme d'une puissance de 2 puis d'une puissance de 10 (rappel : $2^{10} \approx 10^3$). Quelle est la plus grande puissance de 2 dont x est le multiple ?

Exercice 2 :

Etablir les tables d'addition et de multiplication de la base 5. Effectuer dans cette base l'opération $(321)_5 \times (4440)_5$.

Exercice 3 :

Soit n le nombre rationnel dont la représentation en base 10 est $n = -65432$.

Question 3.1 : Donner la représentation binaire de l'entier n .

Question 3.2 : Donner sa représentation en machine, comme valeur de type `int`.

Question 3.3 : Donner sa représentation en machine, comme valeur de type `float`, et exprimer celle-ci sous forme hexadécimale.

Soit r le nombre rationnel dont la représentation en base 10 est $(77, 7(7)^\omega)_{10}$.

Question 3.4 : Donner sa représentation en base 2.

Question 3.5 : Donner sa représentation en machine, comme valeur de type `float`.

Exercice 4 :

Un mot mémoire de 32 bits contient la valeur hexadécimale suivante :

706F7000

Question 4.1 : Quelle est la valeur de chacun des 32 bits ?

Question 4.2 : Si on suppose que dans cette mémoire est codée la représentation machine d'une suite de caractères ASCII, quelle est la valeur de cette chaîne ?

Question 4.3 : Si on suppose que dans cette mémoire est codée la représentation machine de deux entiers en format `short`, quelles sont les valeurs de ces entiers ?

Question 4.4 : Si on suppose que dans cette mémoire est codée la représentation machine d'un réel en format `float`, donner la valeur de ce réel sous la forme $m \times 2^e$, où m et e sont deux entiers exprimés en base 2. Donner un ordre de grandeur de ce nombre.

Rappel Le standard ASCII code les caractères alphanumériques de 0 à 127. Les caractères sont alignés sur 8 bits. On y trouve notamment :

- 0 : le caractère terminateur de chaînes de caractères
- 45 : le signe moins -
- 46 : le point .
- de 48 à 57 : les chiffres de 0 à 9
- de 65 à 90 : l'alphabet des majuscules (A à Z)
- de 97 à 122 : l'alphabet des minuscules (a à z).

Exercice 5 :

On considère l'expression logique suivante :
 $(a \Rightarrow ((b \vee \neg d) \oplus c)) \oplus ((\neg c \Rightarrow (\neg b \wedge d)) \oplus a)$.
(On rappelle que $\oplus$ est le connecteur du "ou" exclusif. Le connecteur $\Rightarrow$ est aussi noté $\supset$.)

Question 5.1 : Construire l'arbre α associé à cette expression.

Chaque nœud de l'arbre est la racine d'un sous-arbre qui correspond à une sous-expression de l'expression de départ.

Question 5.2 : Evaluer en chaque nœud de l'arbre la valeur de la sous-expression lui correspondant, pour $a = d = 0$, $b = c = 1$.

Question 5.3 : Ecrire le mot w obtenu par le parcours gauche préfixe de cet arbre et le mot f obtenu par le parcours gauche postfixe de cet arbre.

Question 5.4 : En détaillant les valeurs successives de la pile et les calculs effectués utilisant le mot f , donner la valeur de l'expression pour $a = b = 1$ et $c = d = 0$.

Question 5.5 : Dresser la table de vérité de l'expression.

Question 5.6 : En donner la forme normale disjonctive.

Question 5.7 : Donner sa forme normale conjonctive.

Partie avec choix

Exercice 6 : image et son

On veut scanner une image en RGB (couleurs vraies) à 100 dpi.

Question 6.1 : Quelle surface (en inch^2) peut-on scanner pour un poids de 3 Mo ?

Question 6.2 : Si l'image a un ratio de $4/3$, donner (pour la surface trouvée à la question précédente) une valeur approchée de sa diagonale (en inch).

Question 6.3 : En faisant varier les données de l'énoncé, donner deux moyens de scanner davantage de surface pour un poids de 3 Mo.

Exercice 7 : opérations bit à bit

Soit le programme suivant :

```
byte x = 1 ;
```

```
byte y = -128 ;
```

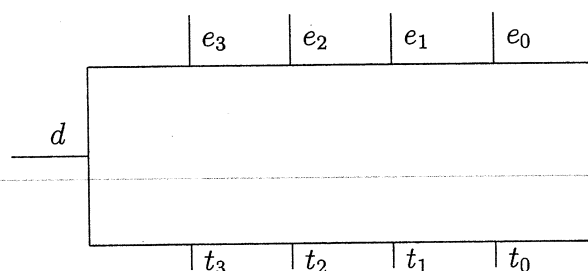
Question 7.1 : Donner la représentation machine de x et y .

Question 7.2 : Donner la représentation machine de $x \ll 3$ et $y \gg 3$, puis donner leur valeur.

Question 7.3 : Quelle est la valeur de $((y \gg 1) \ggg 3) \mid (x \ll 1)$?

Exercice 8 : circuits combinatoires

On se propose de construire un circuit qui prend en entrée 4 bits e_0, e_1, e_2 et e_3 ainsi qu'une variable booléenne d , et donne en sortie 4 bits t_0, t_1, t_2 et t_3 qui ont les mêmes valeurs que ceux en entrée, mais avec un décalage (d'un cran) vers la gauche si $d = 0$, ou vers la droite si $d = 1$ (l'une des valeurs est perdue, et on introduit un 0). Le schéma est le suivant :



Question 8.1 : Donner pour tout entier i une fonction logique de t_i .

Question 8.2 : Dessiner un circuit C réalisant ces fonctions.

Question 8.3 : Modifier ce circuit pour que le décalage à droite introduise à gauche la valeur de e_3 (au lieu de 0). Quelle pourrait en être l'utilité ?

Question 8.4 : Modifier le circuit C en ajoutant une sortie supplémentaire qui vaut 1 si on fait un décalage à gauche et la valeur de e_3 est 1. Quelle pourrait en être l'utilité ?