

Principes de fonctionnement des machines binaires (PF1)
Examen du mercredi 15 juin 2011. Durée : 2 heures 30 minutes
Aucun document autorisé
Ni calculatrice, ni ordinateur. Téléphone éteint

Exercice 1 (*changement de base*). Soit n l'entier dont la représentation en base 10 est $(1984)_{10}$. Donner sa représentation en base 8, en base 2, en base 16.

Exercice 2 (*représentation de nombres entiers*). Rappel : le type entier `byte` est sur un octet (8 bits), le type `short` sur 2 octets, le type `int` sur 4 octets et le type `long` sur 8 octets.

- 2.1. Quelle est la plus petite puissance de 2 qui est plus grande que l'entier $(2782)_{10}$? En déduire dans quels types entiers (`byte`, `short`, `int` et `long`) cet entier est représentable.
- 2.2. Pour le plus petit (par le nombre d'octets associés) de ces types pour lesquels l'entier est représentable, en donner sa représentation.
- 2.3. Pour le même type, donner la représentation de son opposé.
- 2.4. Donner l'expression sous forme hexadécimale de ces deux représentations.

Exercice 3 (*représentation de nombres non entiers*).

- 3.1. Donner la représentation binaire des nombres 444.625 et 444.6.
- 3.2. Donner la représentation en machine de ces deux nombres dans le type `float` sur 32 bits au format habituel (1 bit de signe, 8 bits pour l'exposant augmenté d'un excès de 127, 23 bits pour la mantisse).

Exercice 4 (*codes*). Sur l'alphabet $A = \{a, b, c, d\}$ chacun des ensembles suivants est-il des codes (X_i est un code si un mot sur l'alphabet A se décompose au plus d'une façon comme suite de mots de X_i) ? Justifiez vos réponses :

- 4.1. $X_1 = \{abc, abd, dac, bda, cba, acb, dad\}$;
- 4.2. $X_2 = \{abcd, abd, cdc, dba, dcbaab, dd\}$;
- 4.3. $X_3 = \{abc, ab, cc, ba, cab\}$.

Exercice 5 (*image*). On scanne une image ayant 30 cm de large et 20 cm de hauteur à 200 dpi en noir et blanc. Poser l'opération qui permet de calculer le poids en octets de cette image. Faire un calcul approché en posant un pouce $\simeq 2,5$ cm.

Exercice 6 (*expressions logiques*). On considère l'expression logique suivante :

$$(a \wedge (b \Rightarrow c)) \Leftrightarrow ((c \wedge a) \vee (c \wedge b)).$$

- 6.1. Construire l'arbre α associé à cette expression.

Chaque nœud de l'arbre est la racine d'un sous-arbre qui correspond à une sous-expression de l'expression de départ.

- 6.2. Évaluer en chaque nœud de l'arbre la valeur de la sous-expression lui correspondant, pour $a = 0$, $b = 1$ et $c = 1$.

6.3. Ecrire le mot w obtenu par le parcours gauche préfixe de cet arbre et le mot f obtenu par le parcours gauche postfixe de cet arbre.

6.4. Dresser la table de vérité de l'expression.

6.5. En donner la forme normale disjonctive.

Exercice 7 (*diagrammes de Karnaugh*). On rappelle que le OU est noté $+$ et la négation par un surlignement. En utilisant les diagrammes de Karnaugh, simplifier les expressions suivantes :

$$\bar{a}b\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d + \bar{a}bcd + \bar{a}bc\bar{d} + \bar{a}bcd + \bar{a}bc\bar{d}$$

Exercice 8 (*opérations bit à bit*). Rappel : les opérations bit à bit sont le ET bit à bit noté $\&$, le OU bit à bit noté $|$, le OU exclusif bit à bit noté $\wedge$, le complément bit à bit noté $\sim$, le décalage à gauche noté $<<$, le décalage à droite (sans conservation du bit de signe) noté $>>>$.

Soit n une variable de type `short`. Sa représentation binaire est donc constituée de deux octets. Donner — en utilisant uniquement les opérations bit-à-bit, des constantes entières et n — des expressions java E_1 , E_2 et E_3 dont la valeur est un entier de type `short` tel que :

8.1. le premier octet de E_1 est nul, le second est identique au second octet de n ;

8.2. le premier octet de E_2 est nul, le second est identique au premier octet de n ;

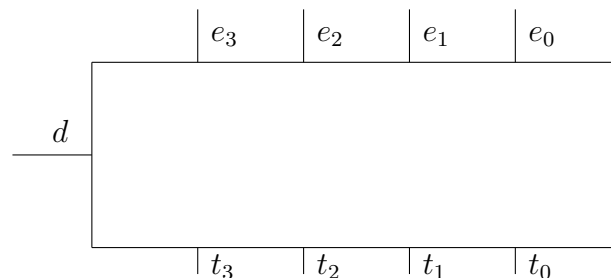
8.3. le premier octet de E_3 est identique au second octet de n , le second est identique au premier octet de n .

Exercice 9 (*circuits logiques*). On se propose de construire un circuit qui prend en entrée 4 bits e_3 , e_2 , e_1 et e_0 correspondant à la représentation de l'entier e en base 2 (avec e_3 bit de poids fort), ainsi qu'une variable booléenne d , et donne en sortie 4 bits t_3 , t_2 , t_1 et t_0 correspondant à la représentation de l'entier t (avec t_3 bit de poids fort) de façon que :

$$\begin{aligned} t &= E(e/2) & \text{si } d = 0 \\ t &= 2 * e + 1 \bmod 16 & \text{si } d = 1 . \end{aligned}$$

où $E(x)$ désigne la partie entière de x , le plus petit entier inférieur ou égal à x .

Le schéma est le suivant :



9.1. Écrire t_0 , t_1 , t_2 , et t_3 comme fonctions logiques des entrées du circuit.

9.2. Dessiner un circuit C réalisant ces fonctions.