

Correction du contrôle continu de PF1 (numéro 2)

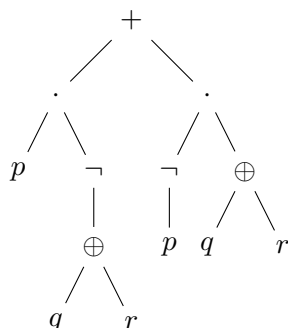
Groupe MathInfo2

11 décembre 2009

Logique propositionnelle

On considère la formule $\varphi = p \cdot (\neg(q \oplus r)) + \bar{p} \cdot (q \oplus r)$.

Exercice 1 L'arbre associé à la formule φ est le suivant :



Exercice 2 On en déduit la forme polonaise suffixée de φ : $p \ q \ r \ \oplus \ \neg \cdot \ p \ \neg \ q \ r \ \oplus \ \cdot \ +$

Exercice 3 La table de vérité de φ est :

p	q	r	$q \oplus r$	$\neg(q \oplus r)$	$p \cdot (\neg(q \oplus r))$	$\bar{p}$	$\bar{p} \cdot (q \oplus r)$	φ
0	0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1	0	0	1

Exercice 4 La forme normale disjonctive de φ est donc $\bar{p} \cdot \bar{q} \cdot r + \bar{p} \cdot q \cdot \bar{r} + p \cdot \bar{q} \cdot \bar{r} + p \cdot q \cdot r$.

Exercice 5 La table de vérité de la formule $\varphi' = q \cdot (\neg(p \oplus r)) + \bar{q} \cdot (p \oplus r)$ est la suivante. Elle justifie que φ et φ' sont équivalentes.

p	q	r	$p \oplus r$	$\neg(p \oplus r)$	$q \cdot (\neg(p \oplus r))$	$\bar{q}$	$\bar{q} \cdot (p \oplus r)$	φ'
0	0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1	0	0	1

Exercice 6 On remarque que la valeur de la formule φ est égale au chiffre des unités du résultat de l'addition $p+q+r$, en tant que somme de trois chiffres $\in \{0, 1\}$ dans la numération en base deux.

Opérations booléennes et bit-à-bit en Java

Exercice 7

```

a) int n = 0x35353535;
b) int n = 53;
   n = n | (53 << 8);
   n = n | (53 << 16);
   n = n | (53 << 24);

```

Exercice 8 On se place bien dans le cas où n et m sont positifs, c'est-à-dire ont un bit de signe égal à 0.

La valeur de $n \& m$ est toujours inférieure ou égale aux valeurs de n et de m . En effet, le i ème bit de $n \& m$ (qui vaut 0 ou 1) est inférieur ou égal au i ème bit de n par définition de l'opérateur $\&$. Il en va de même pour m .

La valeur de $n | m$ est toujours supérieure ou égale aux valeurs de n et de m . En effet, le i ème bit de $n | m$ (qui vaut 0 ou 1) est supérieur ou égal au i ème bit de n par définition de l'opérateur $|$. Il en va de même pour m .