

Test 2

Question de cours

- Soient E et F des ensembles et $f : E \rightarrow F$ une application.
Donner les définitions de l'injectivité et de la surjectivité de f .
- Soit P un polynôme et α une racine de P .
Donner la définition de la multiplicité m de α comme racine de P .

Exercice 1.

- Donner un exemple d'application injective de $[-1, 1]$ dans \mathbb{R} (sans justification).
- Donner un exemple d'application surjective de \mathbb{R} dans $[-1, 1]$ (sans justification).

Exercice 2.

On considère l'application suivante :

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ x &\mapsto e^{x^2} \end{aligned}$$

- Décrire, en le justifiant, les sous-ensembles suivants de \mathbb{R} :

$$f(]-2, 1]) ; \quad f^{-1}(\{e\}) ; \quad f^{-1}\left(\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)\right)$$

- f est-elle injective ? f est-elle surjective ?
- Déterminer, en le justifiant, des intervalles $I \subset \mathbb{R}$ et $J \subset \mathbb{R}^+$ tels que la restriction de f à I soit une bijection de I sur J .

Exercice 3.

On considère les polynômes $A(x) = x^5 + x^3 - x^2 - 1$ et $B(x) = 2x^3 - 2x^2 + 2x - 2$.

Donner le quotient et le reste de la division euclidienne de A par B .

Que peut-on en déduire pour les racines de A et de B ?