

Devoir surveillé 1

14 février 2020

*Durée : 1h30. Le barème est indicatif.
Le poly de cours est autorisé. Les calculatrices ne sont pas autorisées.*

Ecrivez dans votre devoir votre nom et prénom, et votre groupe de TD.

Exercice 1. (6 Points)

1. Calculer $\text{pgcd}(a, b)$ avec $a = 600$ et $b = 264$.
2. À l'aide de l'algorithme d'Euclide étendu, déterminer des entiers u et v tels que $\text{pgcd}(a, b) = au + bv$.
3. Déterminer si l'équation suivante d'inconnues x et y a des solutions dans \mathbb{Z} . Si oui, les expliciter

$$600x + 264y = 48.$$

Exercice 2. (2 Points)

1. Donner la décomposition en facteurs premiers de $a = 12$ et $b = 90$.
2. En déduire $\text{pgcd}(a, b)$ et $\text{ppcm}(a, b)$.

Exercice 3. (3 Points)

1. Calculer 7234 modulo 7 et 2020 modulo 6 .
2. En déduire le reste de la division euclidienne de 7234^{2020} par 7 .

Exercice 4. (3 Points)

Trouver tous les couples d'entiers positifs de pgcd 12 et de somme 240.

Exercice 5. (4 Points)

Écrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

1. $(-2 + 3i)(4 + i)$,
2. $\frac{2 + 5i}{1 - i} - \frac{2 - 5i}{1 + i}$.

Exercice 6. (2 Points)

Montrer que pour tout $z \in \mathbb{C}$,

- (a) $z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \bar{z} = z$,
- (b) $z \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow \bar{z} = -z$.