

Contrôle 1

Lundi 12 février 2018

Durée : 1h15.

*Tous les documents sont interdits, ainsi que les calculatrices et les téléphones portables.
Les exercices sont indépendants entre eux. Une attention particulière sera portée sur la
rédaction. Toute affirmation doit être justifiée.*

Question de cours. Soit F un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^n . Qu'est-ce qu'une base de F ? En donner un exemple (en le justifiant) où F est un sous-espace de \mathbb{R}^3 de dimension 2.

Exercice 1. Soient a et b deux réels. Résoudre (en discutant selon a et b) le système :

$$\begin{cases} x + y + z & = & a \\ x + 2y + 3z & = & 1 - a \\ -x + 3y + bz & = & 0 \end{cases} .$$

Exercice 2. Soit E le sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^4 généré par les vecteurs $(1, 2, 3, -1)$, $(1, -1, 1, 2)$ et $(3, 0, 5, 3)$. Soit F le sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^4 généré par les vecteurs $(0, 3, 2, -3)$ et $(1, 2, -1, 1)$.

- Trouver des bases de E , F , $E \cap F$ et $E + F$.
- E et F sont-ils des supplémentaires dans \mathbb{R}^4 (justifier).

Barème indicatif : Question de cours (2 points). Exercice 1 (8 points). Exercice 2 (10=8+2 points).