

Contrôle 1

Mercredi 14 février 2018

Durée : 1 heure.

*Tous les documents sont interdits, ainsi que les calculatrices et les téléphones portables.
Les exercices sont indépendants entre eux. Une attention particulière sera portée à la rédaction.*

Question de cours. Définir la notion de système libre de vecteurs de \mathbb{R}^n . Donner un exemple de système libre de 3 vecteurs dans \mathbb{R}^4 .

Exercice 1. Soient $a, b \in \mathbb{R}$. Résoudre le système :

$$\begin{cases} x + y - z = a \\ -x \quad \quad - 2z = b \\ \quad \quad 2z + 2z = 4 \end{cases}$$

On discutera selon les valeurs de a, b .

Exercice 2.

On pose les vecteurs de \mathbb{R}^3 donnés par :

$$\begin{aligned} u_1 &= (1, -1, 2) \\ u_2 &= (1, 1, -1) \\ u_3 &= (-1, -5, -7) \end{aligned}$$

- (1) Ces vecteurs sont-ils libres? Sinon, donner l'ensemble des combinaisons linéaires nulles de ces trois vecteurs.
- (2) Posons $F = \text{Vect}(u_1, u_2, u_3)$. Extraire du système de vecteurs $\{u_1, u_2, u_3\}$, une base de F .
- (3) À quelle condition sur $x, y, z \in \mathbb{R}$ a-t-on $(x, y, z) \in F$?

Barème indicatif : Question de cours (2 points). Exercice 1 (8 points). Exercice 2 (10=3+3+4 points).