Devoir associé au TD2.

Exercice 1.

On considère des propositions A_1, A_2, A_3.

1. Montrer que les propositions $[(\neg A_1) \Rightarrow (A_1 \Rightarrow A_2)]$ et $[A_1 \Rightarrow (A_2 \Rightarrow A_1)]$ sont des tautologies.
2. Montrer que la proposition $[(\neg A_1) \Rightarrow (\neg A_2 \Leftrightarrow (A_2 \Rightarrow A_1))]$ est une tautologie.
3. Montrer que la proposition $[(A_1 \Rightarrow A_2) \Rightarrow ((A_2 \Rightarrow A_3) \Rightarrow (A_1 \Rightarrow A_3))]$ est une tautologie.

Cet exercice est là pour vous aider à travailler autour des concepts suivants : valeurs de vérité, l'implication comme connecteur logique (on y reviendra en TD, je vous ai déjà rappelé que l'interprétation est souvent contre-intuitive), tautologies.

Exercice 2.

On considère trois nombres réels x, y et z.

1. Ecrire un énoncé synonyme de « l'un des trois nombres x, y et z est nul et les deux autres sont de signes contraires » en utilisant exclusivement les lettres x, y et z, le symbole 0, les signes $=$ et $<$, les connecteurs propositionnels $\neg$, $\wedge$, $\vee$ et $\Rightarrow$, et les parenthèses.
   Peut-on obtenir un énoncé synonyme plus court en s'autorisant un symbole supplémentaire ?

2. On suppose que l'énoncé de la question 1 est vrai, ainsi que les trois énoncés suivants :
   (a) $y = 0 \Rightarrow x > 0$
   (b) $y > 0 \Rightarrow x < 0$
   (c) $x \neq 0 \Rightarrow z > 0$
   Comparer les nombres x, y et z.

Cet exercice est là pour vous aider à travailler autour des concepts suivants : connecteurs logiques, écriture des connecteurs logiques, synonymie, implication et valeurs de vérité.