Université Paris Diderot — **Premier semestre 2012-2013**
Licence 1ère année — **LM1 - Langage Mathématique**

Info 5 - Contrôle - TD0, TD1, TD1'

Exercice 1.

1) Écrire une proposition synonyme de "la somme de deux entiers impairs consécutifs est toujours un multiple de 4" et explicitant les quantifications.
2) Voici un texte de preuve de cette proposition proposé par un étudiant :

Soient deux entiers impairs consécutifs n et m
$n = 2k + 1 \ / \ k \in \mathbb{Z}$

$m = 2(k + 1) + 1 = 2k + 3 \ / \ k \in \mathbb{Z}$
$n + m = 2k + 1 + 2k + 3 \ / \ k \in \mathbb{Z}$
$= 4k + 4 = 4(k + 1)$
posons $k + 1 = t \ / \ t \in \mathbb{Z}$

$n + m = 4t$ donc la somme de deux entiers impairs consécutifs est toujours un multiple de 4.

- Qu'est-ce qui, dans l'affirmation de la ligne 1, permet d'écrire la ligne 2 ?
- De même comment justifier la ligne 3 à partir des lignes 1 et 2 ?
- S'il y en a un, quel sens peut-on donner à "$/ \ k \in \mathbb{Z}$" à la ligne 2 ? aux lignes 3 et 4 ?
- Même question pour "$/ \ t \in \mathbb{Z}$" à la ligne 6 ?

3) Proposer une nouvelle version de cette preuve en portant une attention particulière :
   - aux variables k et t et à la façon dont elles sont quantifiées
   - à l'enchainement des affirmations (liens entre les lignes, arguments permettant de passer de l'une à l'autre etc.)

Exercice 2.

Nom ou énoncé ? Justifier.

(i) $x \mapsto 2x + 1$

(ii) $\exists x, f(x) = 2x + 1$

(iii) $\forall x, f(x) = 2x + 1$

(iv) $2x + 1$

(v) $\{2x + 1 / x \in \mathbb{R}\}$

(vi) L'équation $2x + 1 = 0$ n'a pas de solution

Exercice 3.

1) On considère l'expression : "Pour au moins un réel y l'équation $x^3 - xy = 3b$ d'inconnue x a une solution". S'agit-il d'un nom ou d'un énoncé ? Dire si les variables x, y et b sont libres ou non. Justifier.
2) L'expression "Pour au moins un réel t l'équation $a^3 - at = 3b$ d'inconnue a a une solution" est-elle synonyme de l'expression considérée à la question 1). Justifier.