Université Paris Diderot **Premier semestre 2011-2012**
Licence 1ère année **LM1 - Langage Mathématique**

Corrige Contrôle 1

Exercice 1 : Préciser si les expressions suivantes sont des noms ou des énoncés , puis indiquer le statut des variables.

(a) “$\{x|\ bx + a = a^2\}$” est un nom, a, b sont libres, x est muette.

(b) “L’ensemble des x tel que $\int_0^x \cos(t)dt = 2$ est vide” est un énoncé ; x, t sont muettes. Remarquer que “L’ensemble des ... tel que...” est un mutificateur pour x, est que “$\int \cdot d\cdot$” est un mutificateur pour t.

(c) “$\sum_{i=0}^n i$” est un nom ; n est libre et i est muette.

Exercice 2 : Remplacer les expressions suivantes par des expressions synonymes ne comportant pas de variables muettes.

(a) L’ensemble des points du plan dont l’affixe peut s’écrire sous la forme $e^{i\theta}$ où θ est un nombre réel.

Le circle C de centre à l’origine et de rayon 1 ; car $|e^{i\theta}| = 1$.

(b) $\forall x(ax + b \neq 0)$ (Indication : Trouver des valeurs pour a, b tels que l’énoncé soit faux).

Remarque que si $a = 0$, l’expression devient $\forall x(b \neq 0)$; qui est vrai si et seulement si $b \neq 0$. En revanche, si $a \neq 0$, alors il existe x tel que $ax + b \neq 0$, en fait $x = \frac{-b}{a}$. Ainsi, l’énonce est synonyme à $a = 0 \wedge b \neq 0$

(c) $\{x|\ |x + 1| < 2\}$.

S’on résout l’inégalité, on a que $-3 < x < 1$, et donc $]-3, 1[$ est synonyme au nom.

Exercice 3 : Pour chaque énoncé, est-il possible d’attribuer des valeurs de vérité (0 ou 1) aux propositions A, B, C pour que tel énoncé soit faux ?

(a) $(A \Rightarrow B) \Rightarrow [(B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)]$. Cela est une tautologie.

(b) $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Leftrightarrow B)$. Si la valeur de vérité de A est 0 est la valeur de vérité de B est 1.

(c) $[(A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow \neg B)] \Rightarrow \neg A$. Cela est une tautologie.

Exercice 4 : (Facultatif) $\{\wedge, \vee\}$, forme-t-il un système complet de connecteurs ? Justifier.

Ils forment pas un système complet. Remarque que toute expression ayant que de $\wedge$ et $\vee$ a une assignation des valeurs de vérité qui la rendre vrai. On le peut montrer en utilisant recurrence sur la quantité des connecteurs. Ainsi, on ne peut pas écrire $\neg A \wedge A$ en utilisant seulement des symboles $\wedge$ et $\vee$.