Introduction à la Programmation (IP1)
Examen de seconde session – Traduction Python

Université Paris-Diderot – Mercredi 22 juin 2016

- Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés. Les téléphones doivent être éteints et rangés.
- Les exercices sont tous indépendants.
- Une réponse peut utiliser les fonctions ou les procédures attendues à une question précédente (même si elle est non traitée).
- Les fragments de code Python doivent être correctement indentés.
- Il n'est pas nécessaire de vérifier les hypothèses faites sur les entrées des fonctions et procédures.
- Le barême est donné à titre indicatif. Il est donc sujet à de légères modifications.

Exercice 1 (Les amis Pythagoriciens – 4 points)

Un triplet d'entiers naturels strictement positifs (a, b, c) est appelé "triplet de Pythagore" si

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Q1: *Écrire une fonction «* `isPythagorician(a,b,c)` *» qui prend trois entiers naturels strictement positifs* `a`, `b` *et* `c` *en paramètres, et qui retourne* `True` *si et seulement si le triplet (*`a`,`b`,`c`*) est un triplet de Pythagore. Par exemple, «* `isPythagorician(3,4,5)` *» retourne* `True` *tandis que «* `isPythagorician(1,2,3)` *» retourne* `False`*.*

Q2: *Écrire une fonction «* `havePythagoricianFriend(a,b,m,n)` *» qui prend quatre entiers naturels* `a`, `b`, `m` *et* `n` *en paramètre, et qui retourne* `True` *s'il existe un entier* `c` *tel que* $\texttt{m} \leq \texttt{c} \leq \texttt{n}$ *et tel que le triplet (*`a`, `b`, `c`*) soit un triplet de Pythagore. Par exemple, «* `havePythagoricianFriend(3,4,1,10)` *» retourne* `True` *et «* `havePythagoricianFriend(3,4,1,4)` *» retourne* `False`*.*

Q3: *Écrire une fonction «* `nbPythagoricianTriples(n,m)` *» qui prend deux entiers* `n` *et* `m` *en paramètre et qui renvoie le nombre de triplets de Pythagore (*`a`,`b`,`c`*) tels que* `a`, `b` *et* `c` *sont compris entre* `n` *et* `m`*. Par exemple, «* `nbPythagoricianTriples(1,9)` *» retourne* 2 *car les seuls triplets de Pythagore pour* $(a, b, c) \in [1..9]^3$ *sont* $(3, 4, 5)$ *et* $(4, 3, 5)$*.*

□

Exercice 2 (Tableaux de famille – 4 points)

Les n individus d'une famille sont représentés par les entiers naturels compris entre 0 et $n - 1$. Par exemple, la famille des 7 individus Paul, Pierre, Jeanne, Yoda, Luke, Leila, Darth est représentée par les entiers 0 pour Paul, 1 pour Pierre, 2 pour Jeanne, 3 pour Yoda, 4 pour Luke, 5 pour Leila et 6 pour Darth. La correspondance entre prénoms et numéros est représentée par une liste `name` *tel que* `name[i]` *contient le prénom de l'invididu de numéro* `i`*.*

On représente aussi la relation de parentalité à l'aide de deux listes d'entiers. La liste `father` *est tel que* `father[i]` *est le numéro de l'individu qui est le père de l'individu* `i` *ou* `-1` *si* `i` *n'a pas de père connu. La liste* `mother` *est tel que* `mother[i]` *est le numéro de l'individu qui est la mère de l'individu* `i` *ou* `-1` *si* `i` *n'a pas de mère connue. On pourra supposer qu'un individu ne peut pas être à la fois un père et une mère.*

Q1: *Donnez la liste* `name` *correspondant à la famille décrite plus haut.*

Q2: *Quelles listes* `mother` *et* `father` *représentent exactement les informations suivantes ?*
Jeanne est la mère de Yoda et de Darth, Darth est le père de Luke et Leila, Leila est la mère de Pierre et Yoda est le père de Paul.

Q3: *Écrire une procédure «* `printRelation(n,name,father,mother,i,j)` *» qui prend en paramètre un entier naturel* `n` *représentant le nombre d'individus de la famille, une liste de chaînes de caractères* `name` *organisée comme décrit plus haut, deux listes d'entiers* `father` *et* `mother` *organisées comme décrit plus haut, et deux numéros d'individus* `i` *et* `j`*. En supposant que l'individu* `i` *s'appelle* `X` *et que l'individu* `j` *s'appelle* `Y`*. Cette procédure affiche :*

- `"X est le père de Y"` *si l'individu* `i` *est le père de l'individu* `j`*.*
- `"Y est le père de X"` *si l'individu* `j` *est le père de l'individu* `i`*.*
- `"X est la mère de Y"` *si l'individu* `i` *est la mère de l'individu* `j`*.*

— `"Y est la mère de X"` *si l'individu* `j` *est la mère de l'individu* `i`.

— `"X et Y n'ont pas de relation directe"` *si aucun des cas précédents n'est vérifié.*

Q4: *Écrire une fonction «* `nbChildren(n,father,mother,i)` *» qui prend en paramètre un entier naturel* `n` *représentant le nombre d'individus de la famille, deux listes d'entiers* `father` *et* `mother` *organisées comme décrit plus haut, et un numéro d'individu* `i`*. Cette fonction retourne le nombre d'enfants de l'individu numéro* `i`*.*

Q5: *Écrire une fonction «* `children(n,father,mother,i)` *» qui prend en paramètre un entier naturel* `n` *représentant le nombre d'individus de la famille, deux listes d'entiers* `father` *et* `mother` *organisées comme décrit plus haut, et un numéro d'individu* `i`*. Cette fonction retourne une liste contenant les enfants de l'individu* `i`*.*

Q6: *En utilisant les fonctions des deux questions précédentes, écrire une fonction «* `isGrandParent(n,father,mother,i)` *» qui prend en paramètre un entier naturel* `n` *représentant le nombre d'individus de la famille, deux listes d'entiers* `father` *et* `mother` *organisées comme décrit plus haut, et un numéro d'individu* `i`*. Cette fonction retourne* `True` *si l'individu* `i` *est un grand-père ou une grand-mère.*

□

Exercice 3 (Imagerie binaire – 4 points)

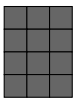
Dans cet exercice, on représente une image en noir et blanc par une liste de listes de booléens. Un point noir est représenté par le booléen `True` *et un point blanc par le booléen* `False`*.*

Les images sont décrites ligne par ligne de la ligne la plus haute à la ligne la plus basse. Ainsi, la variable `img` *suivante :*

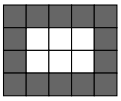
```
1  img = [
2    [ False, False, True, False ],
3    [ False, False, False, True ],
4    [ False, True, True, True ]
5  ];
```

représente l'image de trois lignes et quatre colonnes suivante

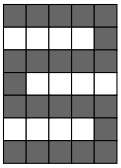
Q1: *Écrire une fonction «* `allblack(n,m)` *» qui prend en paramètre deux entiers positifs* `n` *et* `m` *et qui retourne l'image à* `n` *lignes et* `m` *colonnes constituées uniquement de points noirs. Par exemple,* `allblack(4,3)` *produit la représentation de :*



Q2: *Écrire une fonction «* `frame(n,m)` *» qui attend deux entiers positifs* `n` *et* `m` *et qui retourne l'image à* `n` *lignes et* `m` *colonnes constituées uniquement de points blancs exceptés sur les bords de l'image. Par exemple,* `frame(4,5)` *produit la représentation de :*



Q3: *Écrire une fonction «* `snake(n,m)` *» qui attend deux entiers positifs* `n` *et* `m` *et qui retourne l'image à* `n` *lignes et* `m` *colonnes dont les points noirs "serpentent" horizontalement en partant du coin en haut à gauche de l'image. Par exemple,* `snake(7,5)` *produit la représentation de :*



□

Exercice 4 (Qui est-ce ? numérique – 8 points)

Dans cet exercice, on réalise un programme pour jouer au jeu "Qui est-ce ?" sur des nombres. Ce jeu se joue à deux. Chaque joueur a un nombre caché entre 0 et 99 que l'autre joueur doit découvrir. À tour de rôle, chaque joueur pose une question de la forme :

« Est-ce que ton nombre est divisible au moins k fois par n ? »[1]

En d'autres termes, le joueur choisit une valeur pour k et une valeur pour n qui lui permettent d'obtenir des informations sur le nombre de l'adversaire.

Chaque joueur a une grille de tous les nombres compris entre 0 et 99 sur laquelle il peut éliminer les nombres qu'il sait ne pas être le nombre de son adversaire. On représentera cette grille par une liste de booléens de longueur 100. Si le booléen dans la case i vaut `True` *alors i est peut-être le nombre de l'adversaire, sinon i n'est pas le nombre de l'adversaire. Initialement, le tableau ne contient bien sûr que des booléens valant* `True`*. Un joueur a gagné s'il ne reste plus qu'un seul nombre non éliminé de sa grille.*

Q1: *À l'aide d'une boucle* `while`*, écrire une fonction «* `kdivides(h,k,n)` *» qui prend en paramètre un entier* `h` *compris entre 0 et 99 et deux entiers positifs* `k` *et* `n`*. Cette fonction retourne* `True` *si* `h` *est divisible au moins* `k` *fois par* `n`*.*

Q2: *Écrire une fonction «* `makeGrid ()` *» qui retourne une grille où aucun nombre n'a été éliminé.*

Q3: *Écrire une fonction «* `hasWon(grid)` *» qui prend en paramètre une liste représentant la grille d'un joueur et qui retourne* `True` *si et seulement si le joueur a gagné.*

Q4: *Écrire une procédure «* `eliminate(grid,k,n,a)` *» qui prend en paramètre une liste représentant la grille d'un joueur, un entier k et un entier n et qui prend en compte la réponse* `a` *obtenue en posant la question « Est-ce que ton nombre est divisible au moins k fois par n ? » au joueur adverse. En d'autres termes, cette procédure élimine de* `grid` *tous les nombres incompatibles avec la réponse* `a`*.*

Q5: *Écrire une procédure de jeu «* `play(hA,hB)` *» qui prend en paramètre le nombre secret* `hA` *d'un joueur A et le nombre secret* `hB` *d'un joueur B. Cette procédure repète un tour de jeu entre les deux joueurs A et B tant qu'aucun des deux joueurs n'a gagné. Un tour de jeu suit les étapes suivantes :*

(a) On demande k au joueur A.
(b) On demande n au joueur A.
(c) On calcule la réponse à la question de divisibilité avec k et n comme paramètres.
(d) On prend en compte cette réponse dans la grille de A.
(e) On demande k au joueur B.
(f) On demande n au joueur B.
(g) On calcule la réponse à la question de divisibilité avec k et n comme paramètres.
(h) On prend en compte cette réponse dans la grille de B.
(i) Si les deux joueurs ont gagné, on arrête en affichant `"Egalité"`*.*
(j) Si l'un des deux joueurs a gagné, on affiche `"Le gagnant est X"` *si* `X` *est le gagnant.*

Vous devez introduire des procédures auxiliaires pour éviter de dupliquer du code similaire.

Q6: *Écrire une fonction «* `bestChoice(grid)` *» qui prend en paramètre une liste représentant la grille d'un joueur et qui retourne une liste de longueur 2 tel que la première case contient un entier k et la seconde case un entier n et tel que la question de divisibilité avec ces deux paramètres est la meilleure question que peut poser le joueur pour maximiser ses chances de gagner. Indice : une meilleure question élimine en moyenne le maximum de nombres quelque soit la réponse qu'on lui donne.*

Q7: *Écrire une fonction «* `nbStepsToBeFound(n)` *» qui prend en paramètre un nombre* `n` *entre 0 et 99 et qui retourne le nombre de tours de jeu nécessaires pour le trouver en utilisant la fonction* `bestChoice` *précédente.*

□

1. On rappelle que x est divisible par n si le reste de la division de x par n vaut 0. Quand x est divisible par n, on peut se demander si x est divisible 2 fois par n en testant si le reste de la division de $\frac{x}{n}$ par n vaut 0 et ainsi de suite...